

ЛИТЕРАТУРА

1. Курлов А.С., Гусев А.И. Определение размера частиц, микронапряжений и степени неомогенности в наноструктурированных веществах методом рентгеновской дифракции // Физика и химия стекла. 2007. Том 33. №3. С. 383-392.
2. Горелик С.С., Скаков Ю.А., Рассторгуев Л.Н. Рентгенографический и электронно-оптический анализ: Москва: МИСиС, 1994.
3. Гусев А.И., Рампель А.А. Нанокристаллические материалы, Москва: Физматлит, 2000, 224с.
4. Гусев А.И. Нанокристаллические материалы: методы получения и свойства, Екатеринбург: УроРАН, 1998, 199с.
5. Рампель А.А., Гусев А.И. Получение и оценка гомогенности сильно нестехиометрических неупорядоченных и упорядоченных карбидов // ФТТ, 2000, т42, в7, с 1243-1249
6. Румянцева М.Н., Булова М.Н., Чареев Д.А., Рябова Л.И., Акимов Б.А., Архангельский И.В., Гаськов А.М. Синтез и исследование нанокомпозитов на основе полупроводниковых оксидов SnO₂ и WO₃ // Вестник московского университета серия 2 химия 2001 т42 в5 с 348 – 355.
7. Particle Size and Strain Analysis by X-Ray Duffraction, H&M Analytical Services, Inc.2002. [http://www.h-and-in-analytical. Com/pdfs/size_strain.pdf](http://www.h-and-in-analytical.Com/pdfs/size_strain.pdf)
8. Коршунов А.Б. // Аналитический метод определения параметров тонкой кристаллической структуры по уширению рентгеновских линий. Заводская лаборатория. 2004. №2. С. 27-32.
9. Gritskova E.V., Mukhamedshina D.M., Mit' K.A., Dolya N.A., Kh.A. Abdullin. The structure, photoluminescence, optical and magnetic properties of ZnO films doped with ferromagnetic impurities // Physica B: Condensed Matter. - 2009.- Vol.404 - P. 4816-4819.

Резюме

The procedure of estimation the average particle size (D) and stress (ϵ) in nanostructural films and powders metal-oxide semiconductors upon a broadening in the x-ray diffraction lines is described. The example of calculation D and ϵ for the zinc oxide thin film and for the zinc sulfide powder, synthesized by the sol-gel method, is resulted.

Summary

Дифракциялық шағылуды кенейту туралы металл тотықты жартылай өткізгіштердің ұнтақтарында және наноөлшемдік қабықшаларда микрокенеулерді (ϵ) және кристаллиттердің (D) орта өлшемін анықтаудың тәртібі сипатталған. Золь-гель әдісімен синтезделген мырыш тотығын жұқа қабықшасы үшін D және ϵ -ні есептеудің мысалы келтірілген.

Ключевые слова: average particle size, stress, x-ray diffraction

Физико-технический институт, Алматы

Поступила 20.12.2009 г.

УДК 531:622.233:622.235

К.У. Карымсаков

ПРИМЕНЕНИЕ И МОДИФИКАЦИЯ МЕТОДА С.К. ГОДУНОВА В ЗАДАЧАХ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ ДЕФОРМИРУЕМЫХ ТЕЛ.

Вычислительные алгоритмы, построенные на основе метода С.К.Годунова [1], а также их многочисленные модификации, успешно применяются в решении задач нестационарной газовой динамики и позволяют отслеживать образование и движение ударных волн. Этот метод в полной мере обладает свойством монотонности, однако имеет первый порядок аппроксимации, т.к. расчетная схема базируется на представлении о кусочно-постоянном распределении параметров на «нижнем» временном слое. Рядом исследователей были предприняты попытки, чтобы перенести эти подходы в конструирование разностных схем для задач линейной и нелинейной динамики деформируемых тел [2,3,4]. В отличие от газовой динамики, ударное деформирование твердых тел представляет собой не один, а два взаимозависимых процесса распространения деформаций: изменение объема и изме-

нение формы. Это приводит к усложнению процедуры расчета, связанной с возникновением двух взаимосвязанных конусов характеристик или необходимости решения задачи «распада комбинированного разрыва», что создает многовариантность на каждом шаге вычислительного процесса.

В предлагаемой расчетной схеме, которая базируется на элементах схемы С.К.Годунова, чтобы использовать ее в задачах нелинейной динамики деформируемых тел, показано, как в узлах разностной сетки на каждом шаге численного решения устанавливается вид волновой картины движения для исключения многовариантности при решении. А также - как провести ее модификацию с целью повышения порядка аппроксимации до второго по всем направлениям. Описание разностной схемы приводится на примере расчета напряженно-деформированного состояния алюминиевой полубесконечной трубки, в которой рассматривается процесс распространения упруго-пластических волн, вызванных совместным действием нагрузок большой интенсивности - $\sigma(t)$ и $\tau(t)$. Нагрузка приложена на свободном торце трубки и может меняться произвольным образом: а) растет от нулевого значения до значения $\sigma_i > \sigma_{is}$, с последующим убыванием до нуля; б) возрастает скачком в момент времени $t=0$ до максимального значения $\sigma_i > \sigma_{is}$ с убыванием в течение промежутка времени до нуля. Экспериментальная динамическая диаграмма $\sigma_i \sim \varepsilon_i$ представляет собой выпуклую кривую относительно оси σ_i и получена для алюминия 3003 [5], которая имеет следующие характеристики:

$$E = 0,68 \cdot 10^5 \text{ МПа}; \quad \sigma_{is} = 23,25 \text{ МПа}; \quad \nu = 0,33; \quad \rho_0 = 2,75 \cdot 10^5 \frac{\text{г} \cdot \text{сек}^2}{\text{м}^4},$$

где E – модуль упругости, σ_{is} - предел текучести материала, ν - коэффициент Пуассона, ρ_0 - плотность материала.

Уравнения теории малых упругопластических деформаций. Пусть ось x совпадает с продольной осью трубки, а оси y и z - с плоскостью поперечного сечения. Состояние среды в точке будем характеризовать набором параметров $\vec{W} = (u, \sigma, v, \tau)$, где u и v - скорости частиц в продольном и поперечном направлениях; σ и τ - нормальные и касательные напряжения. В соответствии с приведенной выше постановкой задачи и учитывая, что $\sigma_x = \sigma \neq 0$,

$\sigma_y = \sigma_z = 0$, $\tau_{xy} = \tau \neq 0$, $\tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$, $\varepsilon_x = \varepsilon \neq 0$, $\varepsilon_y = \varepsilon_z = 0$, $\gamma_{xy} = \gamma \neq 0$, зависимости между напряжениями и деформациями примут вид:

$$\varepsilon = \sigma \left(\frac{\varepsilon_i}{\sigma_i} + \frac{1-2\nu}{3E} \right);$$

$$\gamma = 3 \frac{\varepsilon_i}{\sigma_i} \tau, \tag{1}$$

где ε и γ - продольная и поперечная деформации; ε_i и σ_i - интенсивности деформаций и напряжений.

Систему дифференциальных уравнений движения и неразрывности можно записать в виде:

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial \sigma}{\partial x}; \quad \rho \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial \tau}{\partial x};$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \frac{\partial \gamma}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial x}. \tag{2}$$

Продифференцируем систему (1) по времени t и подставим их в уравнения неразрывности системы (2). После ввода безразмерных переменных и небольших преобразований, приведем полученную систему уравнений к симметричному виду и окончательно получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial \sigma}{\partial x} &= 0; \\ L \frac{\partial \sigma}{\partial t} + M \frac{\partial \tau}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial x} &= 0; \\ \frac{\partial v}{\partial t} - \frac{\partial \tau}{\partial x} &= 0; \\ N \frac{\partial \tau}{\partial t} + M \frac{\partial \sigma}{\partial t} - \frac{\partial v}{\partial x} &= 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где коэффициенты L, M, N в области пластических деформаций имеют вид:

$$\begin{aligned} L &= \frac{1-\nu}{3(1+\nu)} + \frac{\varepsilon_i}{\sigma_i} + \frac{\sigma^2}{\sigma_i^2} \left(\frac{d\varepsilon_i}{d\sigma_i} - \frac{\varepsilon_i}{\sigma_i} \right); \\ M &= 3 \frac{\sigma \cdot \tau}{\sigma_i^2} \left(\frac{d\varepsilon_i}{d\sigma_i} - \frac{\varepsilon_i}{\sigma_i} \right); \\ N &= 3 \frac{\varepsilon_i}{\sigma_i} + 9 \frac{\tau^2}{\sigma_i^2} \left(\frac{d\varepsilon_i}{d\sigma_i} - \frac{\varepsilon_i}{\sigma_i} \right). \end{aligned}$$

В соответствии с теорией обобщенных простых волн [6], система (3) допускает частные решения, в которых вектор \bar{W} является постоянным вдоль характеристик c . Для их отыскания представим систему (3) в матричной форме:

$$A^t \bar{W}_t + B^x \bar{W}_x = 0, \quad (4)$$

где $\bar{W} = (u, \sigma, v, \tau)$; $A^t = m_{ij}$; $m_{11} = m_{33} = 1$; $m_{22} = L$; $m_{24} = m_{42} = M$; $m_{44} = N$;

$$B^x = n_{ij}; n_{12} = n_{21} = n_{34} = n_{43} = -1.$$

Остальные компоненты матриц A и B равны нулю. Нижние индексы t и x в (4) обозначают частную производную по времени и координате.

Характеристики c уравнения (4) являются корнями уравнения

$$|c \cdot A^t - B^x| = 0 \quad (4')$$

и, раскрывая определитель, получим для пластической области:

$$c_{1,2,3,4}(\sigma, \tau) = \pm \left[\frac{L + N \pm \sqrt{(N - L)^2 + 4M^2}}{2(L \cdot N - M^2)} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (5)$$

Если вектор \bar{W} принимает постоянные значения вдоль характеристик c_1 (знаки “+” перед корнями), то имеем решение для централизованной быстрой волны, если - вдоль характеристик c_3 (знак “-” перед внутренним корнем), то имеем решение для централизованной медленной волны. Известно, что в области, где справедливо решение типа простой волны, величина $d\bar{W}$ пропорцио-

нальна собственному вектору l , который в силу симметрии матриц A и B , можно определить из уравнения

$$|c \cdot A^t - B^x| \cdot l = 0. \quad (6)$$

Для характеристик $c = \pm c_{1,2}$ или $c = \pm c_{3,4}$ решение уравнения (6) имеет вид

$$l = \begin{pmatrix} c^2 M \\ -c^3 M \\ 1 - c^2 L \\ -c(1 - c^2 L) \end{pmatrix},$$

откуда следует, что

$$\frac{du}{c^2 M} = \frac{d\sigma}{-c^3 M} = \frac{dv}{1 - c^2 L} = \frac{d\tau}{-c(1 - c^2 L)}.$$

Эти соотношения эквивалентны трем дифференциальным уравнениям первого порядка

$$\frac{d\sigma}{d\tau} = \frac{c^2 M}{1 - c^2 L}; \quad \frac{du}{d\tau} = -\frac{cM}{1 - c^2 L}; \quad \frac{dv}{d\tau} = -\frac{1}{c}, \quad (7)$$

решения которых являются частными для системы (3). Уравнения (7) описывают движение на центрированных быстрых и медленных волнах, вызванных совместным действием напряжений σ , τ , и устанавливают на каждом шаге численного решения однозначность полученных результатов в расчетной ячейке.

Вид динамической диаграммы «напряжение-деформация» $\sigma_i \sim \varepsilon_i$ (рис.1) в области пластических деформаций после приведения к безразмерному виду аппроксимируется как

$$\varepsilon_i = \frac{\sigma_i}{s_{is}} + A \cdot (\sigma_i - s_{is})^2 \quad \text{для } \sigma_i > s_{is}, \quad (8)$$

где $A = \frac{3}{2} \cdot \frac{PE \sigma_{is}}{s_{is}^2 (1 + \nu)}$, $s_{is} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1 - 2\nu}{1 - \nu}$ – предел текучести в безразмерном виде;

$P = 785 \cdot 10^{-16} \frac{M^4}{H^2}$ – постоянная аппроксимации; E , σ_{is} и ν – известные характеристики материала; коэффициенты L , M , N определяются из (3).

Диаграмма (8) в области упругих деформаций представляется выражением

$$\varepsilon_i = \frac{\sigma_i}{s_{is}} \quad \text{для } \sigma_i \leq s_{is}, \quad (9)$$

а коэффициенты L , M и N становятся постоянными и в новых обозначениях будут равны:

$$L = \beta^2 = \frac{1 - \nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}; \quad M = 0; \quad N = \alpha^2 = 2 \frac{1 - \nu}{1 - 2\nu}. \quad (10)$$

В стадии разгрузки $\sigma_i \sim \varepsilon_i$ в (8) связаны линейным соотношением (рис.1) и имеют вид:

$$\tilde{\varepsilon}_i = \frac{1}{s_{is}} \tilde{\sigma}_i + A(\sigma_0 - s_{is})^2, \quad (11)$$

где P_0 - состояние перед разгрузкой; \tilde{P} - стадия разгрузки; выражение $A(\sigma_0 - s_{is})^2$ представляет собой постоянную величину для точки P_0 .

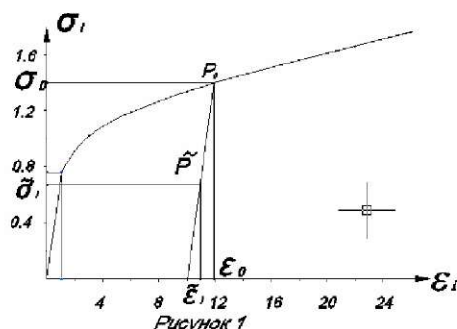


Рисунок 1

Инварианты Римана. Для упругого состояния среды систему (3) с учетом (10) можно представить в виде:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{1}{\beta} \frac{\partial u}{\partial x} + \beta \frac{\partial \sigma}{\partial t} = 0; \quad \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial \sigma}{\partial x} = 0; \\ -\frac{1}{\alpha} \frac{\partial v}{\partial x} + \alpha \frac{\partial \tau}{\partial t} = 0; \quad \frac{\partial v}{\partial t} - \frac{\partial \tau}{\partial x} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Далее несложными преобразованиями приведем ее к простейшему виду - сложим и вычтем между собой уравнения, стоящие в одной строке и получим четыре уравнения:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(T) - \frac{1}{\beta} \frac{\partial}{\partial x}(T) = 0; \\ \frac{\partial}{\partial t}(F) + \frac{1}{\beta} \frac{\partial}{\partial x}(F) = 0; \\ \frac{\partial}{\partial t}(G) - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial}{\partial x}(G) = 0; \\ \frac{\partial}{\partial t}(D) + \frac{1}{\alpha} \frac{\partial}{\partial x}(D) = 0, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

где $T = u + \beta\sigma$; $F = u - \beta\sigma$; $G = v + \alpha\tau$; $D = v - \alpha\tau$.

Для уравнений (13), которые приведены к каноническому виду, можно выписать общее решение [1]:

$$\begin{aligned} T = u + \beta\sigma = \varphi\left(x + \frac{1}{\beta}t\right); \quad F = u - \beta\sigma = f\left(x - \frac{1}{\beta}t\right); \\ G = v + \alpha\tau = g\left(x + \frac{1}{\alpha}t\right); \quad D = v - \alpha\tau = h\left(x - \frac{1}{\alpha}t\right), \end{aligned} \quad (14)$$

где φ, f, g и h - произвольные функции.

Величины T, F и G, D в (14) носят название римановых инвариантов. По аналогии с (4) найдем характеристики c из (4') для системы (13) - из решения первых двух уравнений получим:

$$T = u + \beta\sigma = const; \text{ и } F = u - \beta\sigma = const - \text{ вдоль характеристик } x \pm \frac{1}{\beta}t = const.$$

Величины T и F перемещаются со скоростями $c_{1,2} = \pm \frac{1}{\beta}$, равные скорости упругой продольной волны. Из решения двух других - получим, что

$$G = v + \alpha\tau = const \text{ и } D = v - \alpha\tau = const - \text{ вдоль характеристик } x \pm \frac{1}{\alpha}t = const.$$

Они перемещаются со скоростями $c_{3,4} = \pm \frac{1}{\alpha}$, равные скорости упругой поперечной волны.

Т.е. графики функций $F(x)$ и $D(x)$ с течением времени перемещаются вправо соответственно со скоростями $\frac{1}{\beta}$ и $\frac{1}{\alpha}$, а $T(x)$ и $G(x)$ - влево с теми же скоростями - структура решения схематически приведена на рисунке 2.

В области I $\sigma = \sigma_I, u = u_I, \tau = \tau_I$ и $v = v_I$, а в области II $\sigma = \sigma_{II}, u = u_{II}, \tau = \tau_{II}$ и $v = v_{II}$, т.е. слева и справа сохраняются невозмущенные величины.

В области III параметры движения можно найти из следующих уравнений:

$$a) u - \beta\sigma = u_I - \beta\sigma_I, \text{ если } x < 0 + \frac{1}{\beta}t,$$

$$v - \alpha\tau = v_I - \alpha\tau_I, \text{ если } x < 0 + \frac{1}{\alpha}t;$$

$$b) u + \beta\sigma = u_{II} + \beta\sigma_{II}, \text{ если } x > 0 - \frac{1}{\beta}t,$$

$$v + \alpha\tau = v_{II} + \alpha\tau_{II}, \text{ если } x > 0 - \frac{1}{\alpha}t.$$

Таким образом, для области III из а) и б), вводя соответствующие обозначения, получим:
- для продольных параметров

$$\sigma = \sigma_{III} = \frac{1}{2\beta}[u_{II} - u_I + \beta(\sigma_{II} + \sigma_I)], \quad u = u_{III} = \frac{1}{2}[u_{II} + u_I + \beta(\sigma_{II} - \sigma_I)], \quad (15)$$

$$\text{если } 0 - \frac{1}{\beta}t < x < 0 + \frac{1}{\beta}t;$$

- для поперечных параметров

$$\tau = \tau_{III} = \frac{1}{2\alpha}[v_{II} - v_I + \alpha(\tau_{II} + \tau_I)], \quad v = v_{III} = \frac{1}{2}[v_{II} + v_I + \alpha(\tau_{II} - \tau_I)], \quad (16)$$

$$\text{если } 0 - \frac{1}{\alpha}t < x < 0 + \frac{1}{\alpha}t.$$

Найденные функции $\sigma(x,t)$, $u(x,t)$, $\tau(x,t)$ и $v(x,t)$ - это величины, выработавшиеся при распаде разрыва в произвольной точке θ (рис.2).

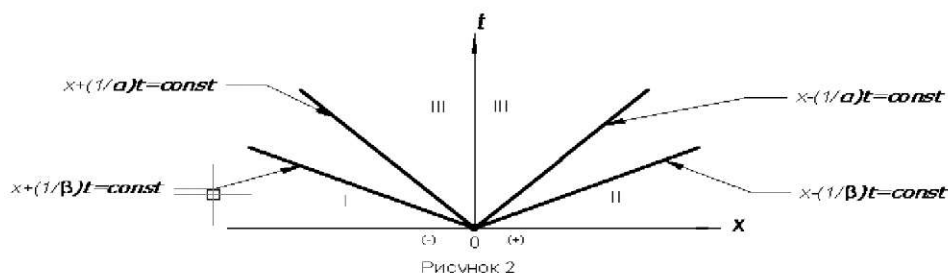
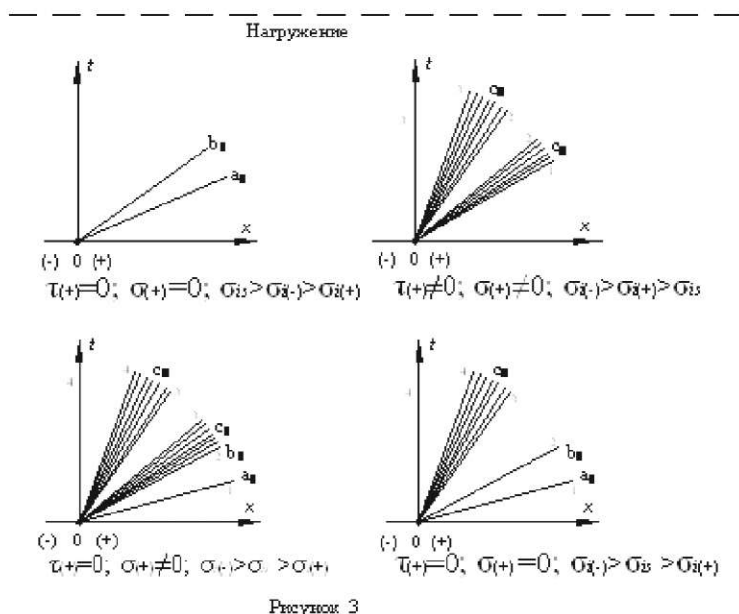


Рисунок 2

В области пластических деформаций структуры решения представлены на рис. 3. Эти волновые картины движения получены в [7], зависят от величин приложенных на границе нагрузок $\sigma(t)$ и $\tau(t)$ и соотношений между ними. Процессы нагружения и разгрузки описываются системой уравнений (7), (15) и (16), решения которых используются как для построения непрерывного поля напряжений, так и поля напряжений на скачках, вызванных распространением центрированных быстрых, медленных и упругих волн. Известно, что если среда предварительно ненапряжена, то центрированные быстрые волны осуществляют продольное движение, а медленные – продольно-поперечное движение, скорости распространения которых определяются из (5). При этом для структур на рис.3 при нагружении должно выполняться условие: $\sigma_{i(-)} > \sigma_{is} > \sigma_{i(+)}$, что обеспечивает непрерывное пластическое течение и на траекториях напряжений для быстрых и медленных волн скорость их распространения убывает. При интегрировании системы (7), возникающие произвольные постоянные определяются по известным (справа и слева от точки θ) начальным и граничным условиям. Как и в случае упругих деформаций (15)-(16), система (7) в области пластических деформаций в узлах разностной сетки дает однозначное решение – величины, выработавшиеся при распаде разрыва.



В отличие от задачи о распаде произвольного разрыва, лежащей в основе метода С.К.Годунова для решения уравнений газовой динамики, полученные в работе [7] структуры представляют собой

два взаимосвязанных процесса распространения деформаций изменения объема и формы. На этом основании задачу можно назвать задачей распада комбинированного разрыва и перенести этот подход в нелинейную динамику деформируемых тел. Это позволило решить прямую задачу о распространении волн нагружения и разгрузки, определить численно фронты этих волн и глубину проникновения пластических деформаций.

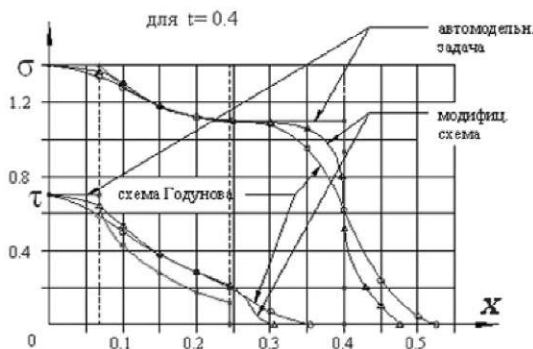


Рисунок 4

Повышение порядка аппроксимации по координате и времени достигается за счет замены кусочно-постоянного распределения параметров движения на «нижнем» временном слое на кусочно-линейное [4], а также вводом дополнительного вычислительного процесса на полушаге по времени, т.е. при $t = t + \frac{1}{2} \Delta t$. Для апробации метода, а также для оценки погрешности предлагаемой разностной схемы, сравниваются результаты, полученные из решения задач по схеме С.К.Годунова и модифицированной схеме распада комбинированного разрыва, с решениями автоматической задачи. Получены гладкие решения как в области непрерывного движения, так и на разрывах. По графикам на рисунке 4 можно сравнить ширину зоны размывания разрывов двух разностных схем и дать оценку о качестве применяемой численной аппроксимации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Годунов С.К. и др. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М., 1976, с. 400.
2. Афанасьев С.Б., Баженов В.Г. О численном решении одномерных нестационарных задач упругопластического деформирования сплошных сред методом Годунова.- Прикладные проблемы прочности и пластичности. Алгоритм. и автомат. сб. Горьк. ун-та, 1985, с. 59-65.
3. Карымсаков К.У. К решению прямой задачи распространения волн нагружения и разгрузки. Тез. докл. IX Респ. межвуз. науч. конф. по мат. и мех. Алма-Ата, 1989, с.64.
4. Карымсакова Ш.К., Карымсаков К.У. Модификация схемы Годунова для решения прямой задачи о волнах нагружения и разгрузки. - Мат. межд. науч.-практ. конф. Инж. наука на рубеже XXI века, Алматы, 2001, с.95.
5. Clifton R.J. An analysis of combined longitudinal and torsional plastic waves in a thin-walled tube. Proc. 5-th U.S. Nat. Congr. Appl. Mech. Minnesota Univ. 1966, p.p. 465-480.
6. Jeffrey A., Taniuti T. Nonlinear waves propagation. Acad. Press, New-York, 1964, 369 p.
7. Жубаев Н., Карымсаков К.У. О распространении центрированных упругопластических волн при продольно-скручивающем ударе по торцу полубесконечной трубки.- В кн. Дифференциальные уравнения и их приложения. Алма-Ата, Наука, КазССР, 1975, с. 64-72.

Резюме

Деформацияланатын денелердің сызықтық емес динамика есептеріндегі комбинациялық үзілу кезіндегі бөлінуді есептеу алгоритмі ұсынылады. Есептік ұяшықтың орталық нүктелерінің аралығындағы ағу алаңының аппроксимациясы кесекті - тұрақты таралудың орынына сызықтық функция түрінде келтірілген. Таңдап алынған аппроксимация негізінде көршілес ұяшықтар арасындағы айырма торлары түйіндеріндегі масса, импульс және энергия ағымдары алмасу механизмінің моделі тұрғызылады. Алынған теңдеулер пластикалық және серпимді деформациялар аймағындағы қозғалысты кескіндейді, ал олардың шешімдері үздіксіз қозғалыс параметрлері алаңын , сондай - ақ толқындар алабы арқылы өту кезіндегі ауытқуларды тұрғызуға мүмкіндік береді.

Summary

The algorithm of the calculation of the disintegration of the combined breaking is offered in problem nonlinear dynamics deformed solids. The Approximation of the field of the current in gap between central points of the accounting cell is presented in the manner of linear function instead of part-constant distribution. On base chosen approximations between nearby cell in nodes difference nets is built model of the mechanism of the exchange flow masses, pulse and energy. The Equations describe motion in the field of plastic and elastic deformation, but their decisions allow to build as field unceasing parameter motion, so - and on horse race when turning through fronts of the waves.

К.почевые слова: Deformation, strain, pressure, wave, equation, calculation, loading, elastic limit, compression, plastic wave, differential equation, fast wave, slow wave, diagram, description, longitudinal, transverse section, coordinates, time, disintegration, breaking.

Алматынский технологический университет

Поступила 05.09.2009 г.

УДК 629.015: 531.55.001

*С.Р. Бсенгали, Т. Сулейменов, *А.К. Жамиева, Ж.Б. Бакыт, Н. Османова*

О ЧИСЛЕННОМ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЯ ВОЗМУЩЕННОГО ДВИЖЕНИЯ ИСКУССТВЕННОГО СПУТНИКА ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ОРБИТ

Приведен анализ математических постановок задач для определения возмущенного движения искусственных спутников Земли по наземным измерениям, так как не всегда удастся решить ту или иную конкретную задачу, не смотря на наличие разнообразных методов и решения, и, во-вторых, в большинстве случаев не удастся проверить правильность полученного результата и оценить его точность [1]. Эти обстоятельства связаны с некоторыми особенностями задачи небесной механики и являются наиболее сложными с точки зрения анализа существования и единственности их решения и наиболее трудоемкими с точки зрения его фактического получения. Поэтому дефект, который может быть допущен на этапе постановки такой задачи, часто весьма трудно выявить, анализируя окончательный результат. В этой связи при решении такого рода задач нужно привлечь кибернетические методы для выявления первопричины дефектов в модели и учет их в реальности, это с одной стороны, а с другой, получение в компьютерном моделировании элементов орбит искусственных спутников [2]. Такие данные мог бы служить как детерминированные базы знаний экспертных систем и средств технической диагностики в рассматриваемой области исследования.

Для примера нами рассмотрены дифференциальные уравнения возмущенного движения искусственных спутников. Пусть искусственный спутник движется в пространстве под действием притяжения материальной точки и добавочной возмущающей силы. Возмущающая сила является произвольной функцией времени положения и скорости искусственного спутника. Тогда в прямоугольных абсолютных системах координат X, Y, Z можно записать следующее дифференциальное уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= x' \\ \frac{dx}{dt} &= -\mu \frac{x}{r^3} + Fx \\ \frac{dy}{dt} &= y' \\ \frac{dy}{dt} &= -\mu \frac{y}{r^3} + Fy \\ \frac{dz}{dt} &= z' \end{aligned} \tag{1}$$