

З. К. КУРАЛБАЕВ, А. А. АМАНБАЕВ

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАДАЧИ О ДВИЖЕНИЯХ В ТРЕХСЛОЙНОЙ ЛИТОСФЕРЕ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ПОДНЯТИЯ МАНТИЙНЫХ ВЕЩЕСТВ

In the paper the mathematical model is studied of task about motions in a three-layer viscid lithosphere. The model is intended for description of processes, taking place in the peripheral layers of the Earth. The system of differential equations of parabolic type is given. Every equation describes motion in the concrete layer of lithosphere under act of the local raising of under-asthenosphere foundation. The system may be used for the decision of tasks about motions in a multi-layered lithosphere.

Одной из актуальных задач геотектоники является изучение движений в литосферном слое Земли [1]. Во многих исследованиях, связанных с изучением тектонических процессов, происходящих в верхних (периферийных) слоях Земли, литосфера рассматривается как однородный сильновязкий несжимаемый слой [2, 5, 6]. Однако литосфера является неоднородной по толщине, а этот факт требует рассматривать ее как многослойное тело. Физические и геометрические параметры каждого слоя, составляющего литосферу, имеют различные значения. В работах, посвященных геологическим и геотектоническим исследованиям [1, 2], предполагается наличие внутри литосферы так называемых «ослабленных» слоев, поэтому она может быть рассмотрена как трехслойное тело.

Основными причинами тектонических движений принято считать эндогенные (внутренние) процессы, происходящие в локальных областях мантии Земли [1, 2]. Поэтому в данной статье, так же, как в [4–6], в качестве причины движений в литосфере и астеносфере рассматривается локальное поднятие подастеносферного основания.

Литосфера предполагается как трехслойная сильновязкая несжимаемая жидкость: толщины h ; плотности слоев ρ_2, ρ_3, ρ_4 и динамические коэффициенты вязкости η_2, η_3, η_4 . Астеносфера, так же, как в [4–6], считается вязким слоем с плотностью ρ_1 и динамическим коэффициентом вязкости η_1 . Рассматриваемый здесь процесс считается медленным и продолжительным. Вязкости слоев являются очень большими, что позволяет использовать уравнения гидродинамики при малых числах Рейнольдса [3].

В связи с тем, что толщины слоев являются малыми (вертикальные размеры малы по сравнению с горизонтальными), можно использовать известные в гидродинамике допущения «мелкой воды» [3]. Тогда гидродинамическое давление в рассматриваемых слоях будет определено как гидростатическое [3]:

$$\begin{aligned} P_4 &= \rho_4 g(\xi_4 - z), \quad \xi_3 \leq z \leq \xi_4, \\ P_3 &= \rho_4 g(\xi_4 - \xi_3) + \rho_3 g(\xi_3 - z), \quad \xi_2 \leq z \leq \xi_3, \\ P_2 &= \rho_4 g(\xi_4 - \xi_3) + \rho_3 g(\xi_3 - \xi_2) + \rho_2 g(\xi_2 - z), \quad \xi_1 \leq z \leq \xi_2, \\ P_1 &= \rho_4 g(\xi_4 - \xi_3) + \rho_3 g(\xi_3 - \xi_2) + \rho_2 g(\xi_2 - \xi_1) + \rho_1 g(\xi_1 - z), \quad \xi_0 \leq z \leq \xi_1, \end{aligned} \quad (1)$$

где ξ_0 – функция, определяющая границу между астеносферой и слоем нижележащих мантийных веществ; ξ_1 – функция, определяющая границу между астеносферой и литосферой; ξ_2, ξ_3, ξ_4 – функции, определяющие соответственно границы между слоями литосферы.

Переход к безразмерным величинам приводит (1) к следующему виду:

$$\begin{cases} P_4 = (\xi_4 - z) \frac{\rho_4}{\rho_1}, & \xi_3 \leq z \leq \xi_4, \\ P_3 = (\xi_4 - \xi_3) \frac{\rho_4}{\rho_1} + (\xi_3 - z) \frac{\rho_3}{\rho_1}, & \xi_2 \leq z \leq \xi_3, \\ P_2 = (\xi_4 - \xi_3) \frac{\rho_4}{\rho_1} + \frac{\rho_3}{\rho_1} (\xi_3 - \xi_2) + \frac{\rho_2}{\rho_1} (\xi_2 - z), & \xi_1 \leq z \leq \xi_2, \\ P_1 = (\xi_4 - \xi_3) \frac{\rho_4}{\rho_1} + \frac{\rho_3}{\rho_1} (\xi_3 - \xi_2) + \frac{\rho_2}{\rho_1} (\xi_2 - \xi_1) + \xi_1 - z, & \xi_0 \leq z \leq \xi_1. \end{cases} \quad (2)$$

После простых преобразований уравнений Навье–Стокса [3] с учетом формул (2) будет получена следующая система упрощенных безразмерных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 U_4}{\partial z^2} = ER_4 \cdot \frac{\partial \xi_4}{\partial x}, \\ \frac{\partial^2 U_3}{\partial z^2} = ER_3 \cdot \left[\left(1 - \frac{\rho_4}{\rho_3}\right) \frac{\partial \xi_3}{\partial x} + \frac{\rho_4}{\rho_3} \frac{\partial \xi_4}{\partial x} \right], \\ \frac{\partial^2 U_2}{\partial z^2} = ER_2 \cdot \left[\left(1 - \frac{\rho_3}{\rho_2}\right) \frac{\partial \xi_2}{\partial x} + \frac{\rho_3 - \rho_4}{\rho_2} \frac{\partial \xi_3}{\partial x} + \frac{\rho_4}{\rho_2} \frac{\partial \xi_4}{\partial x} \right], \\ \frac{\partial^2 U_1}{\partial z^2} = ER_1 \cdot \left[\left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right) \frac{\partial \xi_1}{\partial x} + \frac{\rho_2 - \rho_3}{\rho_1} \frac{\partial \xi_2}{\partial x} + \frac{\rho_3 - \rho_4}{\rho_1} \frac{\partial \xi_3}{\partial x} + \frac{\rho_4}{\rho_1} \frac{\partial \xi_4}{\partial x} \right], \end{cases} \quad (3)$$

где $ER_4 = \frac{\rho_4 g H^3}{\eta_4 UL}$, $ER_3 = \frac{\rho_3 g H^3}{\eta_3 UL}$, $ER_2 = \frac{\rho_2 g H^3}{\eta_2 UL}$, $ER_1 = \frac{\rho_1 g H^3}{\eta_1 UL}$ – безразмерные

числа Ержанова [4], U_1, U_2, U_3, U_4 – безразмерные скорости движений в рассматриваемых слоях.

Из каждого уравнения системы (3), интегрируя его по z дважды, можно получить следующие формулы для определения скоростей движений в рассматриваемых слоях:

$$\begin{cases} U_4 = ER_4 \frac{\partial \xi_4}{\partial x} \cdot \frac{z^2}{2} + C_1 z + C_2, \\ U_3 = ER_3 \left[\left(1 - \frac{\rho_4}{\rho_3}\right) \frac{\partial \xi_3}{\partial x} + \frac{\rho_4}{\rho_3} \frac{\partial \xi_4}{\partial x} \right] \cdot \frac{z^2}{2} + C_3 z + C_4, \\ U_2 = ER_2 \left[\left(1 - \frac{\rho_3}{\rho_2}\right) \frac{\partial \xi_2}{\partial x} + \frac{\rho_3 - \rho_4}{\rho_2} \frac{\partial \xi_3}{\partial x} + \frac{\rho_4}{\rho_2} \frac{\partial \xi_4}{\partial x} \right] \cdot \frac{z^2}{2} + C_5 z + C_6, \\ U_1 = ER_1 \left[\left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right) \frac{\partial \xi_1}{\partial x} + \frac{\rho_2 - \rho_3}{\rho_1} \frac{\partial \xi_2}{\partial x} + \frac{\rho_3 - \rho_4}{\rho_1} \frac{\partial \xi_3}{\partial x} + \frac{\rho_4}{\rho_1} \frac{\partial \xi_4}{\partial x} \right] \cdot \frac{z^2}{2} + C_7 z + C_8, \end{cases} \quad (4)$$

где C_1, C_2, \dots, C_8 – неизвестные постоянные интегрирования.

Для определения неизвестных постоянных интегрирования будут использованы следующие граничные условия:

1) при $z = \xi_4(x, t)$ на свободной поверхности литосферы

$$\frac{\partial U_4}{\partial z} = 0; \quad (5)$$

2) при $z = \xi_3(x, t)$ на границе второго (среднего) и третьего (верхнего) слоев литосферы

$$\frac{\partial U_4}{\partial z} = \frac{\eta_3}{\eta_4} \frac{\partial U_3}{\partial z}, \quad U_4 = U_3; \quad (6)$$

3) при $z = \xi_2(x, t)$ на границе первого (нижнего) и второго (среднего) слоев литосферы

$$\frac{\partial U_3}{\partial z} = \frac{\eta_2}{\eta_3} \frac{\partial U_2}{\partial z}, \quad U_3 = U_2; \quad (7)$$

4) при $z = \xi_1(x, t)$ на границе астеносферы (мантии) и первого (нижнего) слоя литосферы

$$\frac{\partial U_2}{\partial z} = \frac{\eta_1}{\eta_2} \frac{\partial U_1}{\partial z}, \quad U_2 = U_1; \quad (8)$$

5) при $z = \xi_0(x, t)$ на нижней поверхности астеносферного слоя

$$U_1 = 0. \quad (9)$$

Используя предположения о малости толщин слоев, т.е. допущения «мелкой воды» [3], так же, как в [4], условия несжимаемости для этих слоев можно записать в следующем виде:

$$\frac{\partial \xi_1}{\partial t} - \frac{\partial \xi_0}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \int_{\xi_0}^{\xi_1} U_1 dz; \quad (10)$$

$$\frac{\partial \xi_2}{\partial t} - \frac{\partial \xi_1}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \int_{\xi_1}^{\xi_2} U_2 dz; \quad (11)$$

$$\frac{\partial \xi_3}{\partial t} - \frac{\partial \xi_2}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \int_{\xi_2}^{\xi_3} U_3 dz; \quad (12)$$

$$\frac{\partial \xi_4}{\partial t} - \frac{\partial \xi_3}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \int_{\xi_3}^{\xi_4} U_4 dz. \quad (13)$$

С использованием граничных условий (5)–(9) после простых преобразований была получена система алгебраических уравнений относительно неизвестных C_i ($i = 1, 2, \dots, 8$), решение которой позволяет

получить из (4) формулы для определения скоростей. Скорости в слоях зависят от функций ξ_i ($i=0,1,2,3,4$), определяющих границы слоев, и имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
U_4 = & ER_4 \frac{\partial \xi_4}{\partial x} \cdot \left(\frac{z^2}{2} - \xi_4 z - \frac{\xi_3(\xi_3 - 2\xi_4)}{2} \right) - \\
& - ER_1 \left[\left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) \frac{\partial \xi_1}{\partial x} \left(\frac{\xi_1^2 + \xi_0(\xi_0 - 2\xi_1)}{2} \right) + \frac{\rho_2 - \rho_3}{\rho_1} \frac{\partial \xi_2}{\partial x} \left(\frac{\xi_0(\xi_0 - 2\xi_2) - \xi_1(\xi_1 - 2\xi_2)}{2} \right) + \right. \\
& + \frac{\rho_3 - \rho_4}{\rho_1} \frac{\partial \xi_3}{\partial x} \left(\frac{\xi_0(\xi_0 - 2\xi_3) - \xi_1(\xi_1 - 2\xi_3)}{2} \right) + \left. \frac{\rho_4}{\rho_1} \frac{\partial \xi_4}{\partial x} \left(\frac{\xi_0(\xi_0 - 2\xi_4) - \xi_1(\xi_1 - 2\xi_4)}{2} \right) \right] - \\
& - ER_2 \left[\left(1 - \frac{\rho_3}{\rho_2} \right) \frac{\partial \xi_2}{\partial x} \cdot \left(\frac{(\xi_1 - \xi_2)^2}{2} \right) + \right. \\
& + \left. \frac{\rho_3 - \rho_4}{\rho_2} \frac{\partial \xi_3}{\partial x} \cdot \left(\frac{\xi_1(\xi_1 - 2\xi_3) - \xi_2(\xi_2 - 2\xi_3)}{2} \right) + \frac{\rho_4}{\rho_2} \frac{\partial \xi_4}{\partial x} \cdot \left(\frac{\xi_1(\xi_1 - 2\xi_4) - \xi_2(\xi_2 - 2\xi_4)}{2} \right) \right] - \\
& - ER_3 \left[\left(1 - \frac{\rho_4}{\rho_3} \right) \frac{\partial \xi_3}{\partial x} \cdot \left(\frac{(\xi_2 - \xi_3)^2}{2} \right) + \frac{\rho_4}{\rho_3} \frac{\partial \xi_4}{\partial x} \cdot \left(\frac{\xi_2(\xi_2 - 2\xi_4) - \xi_3(\xi_3 - 2\xi_4)}{2} \right) \right]; \quad (14)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
U_3 = & ER_3 \left[\left(1 - \frac{\rho_4}{\rho_3} \right) \frac{\partial \xi_3}{\partial x} \left(\frac{z^2}{2} - \xi_3 z - \frac{\xi_2(\xi_2 - 2\xi_3)}{2} \right) + \frac{\rho_4}{\rho_3} \frac{\partial \xi_4}{\partial x} \left(\frac{z^2}{2} - \xi_4 z - \frac{\xi_2(\xi_2 - 2\xi_4)}{2} \right) \right] - \\
& - ER_1 \left[\left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) \frac{\partial \xi_1}{\partial x} \left(\frac{\xi_1^2 + \xi_0(\xi_0 - 2\xi_1)}{2} \right) + \frac{\rho_2 - \rho_3}{\rho_1} \frac{\partial \xi_2}{\partial x} \left(\frac{\xi_0(\xi_0 - 2\xi_2) - \xi_1(\xi_1 - 2\xi_2)}{2} \right) + \right. \\
& + \left. \frac{\rho_3 - \rho_4}{\rho_1} \frac{\partial \xi_3}{\partial x} \left(\frac{\xi_0(\xi_0 - 2\xi_3) - \xi_1(\xi_1 - 2\xi_3)}{2} \right) + \frac{\rho_4}{\rho_1} \frac{\partial \xi_4}{\partial x} \left(\frac{\xi_0(\xi_0 - 2\xi_4) - \xi_1(\xi_1 - 2\xi_4)}{2} \right) \right] - \\
& - ER_2 \left[\left(1 - \frac{\rho_3}{\rho_2} \right) \frac{\partial \xi_2}{\partial x} \cdot \left(\frac{(\xi_1 - \xi_2)^2}{2} \right) + \right. \\
& + \left. \frac{\rho_3 - \rho_4}{\rho_2} \frac{\partial \xi_3}{\partial x} \cdot \left(\frac{\xi_1(\xi_1 - 2\xi_3) - \xi_2(\xi_2 - 2\xi_3)}{2} \right) + \frac{\rho_4}{\rho_2} \frac{\partial \xi_4}{\partial x} \cdot \left(\frac{\xi_1(\xi_1 - 2\xi_4) - \xi_2(\xi_2 - 2\xi_4)}{2} \right) \right]; \quad (15)
\end{aligned}$$

$$U_2 = ER_2 \left[\left(1 - \frac{\rho_3}{\rho_2} \right) \frac{\partial \xi_2}{\partial x} \left(\frac{z^2}{2} - \xi_2 z - \frac{\xi_1(\xi_1 - 2\xi_2)}{2} \right) + \frac{\rho_3 - \rho_4}{\rho_2} \frac{\partial \xi_3}{\partial x} \left(\frac{z^2}{2} - \xi_3 z - \frac{\xi_1(\xi_1 - 2\xi_3)}{2} \right) \right] +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\rho_4}{\rho_2} \frac{\partial \xi_4}{\partial x} \left(\frac{z^2}{2} - \xi_4 z - \frac{\xi_1(\xi_1 - 2\xi_4)}{2} \right) \Big] - \\
& - ER_1 \left[\left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) \frac{\partial \xi_1}{\partial x} \left(\frac{\xi_1^2 + \xi_0(\xi_0 - 2\xi_1)}{2} \right) + \frac{\rho_2 - \rho_3}{\rho_1} \frac{\partial \xi_2}{\partial x} \left(\frac{\xi_0(\xi_0 - 2\xi_2) - \xi_1(\xi_1 - 2\xi_2)}{2} \right) + \right. \\
& \left. + \frac{\rho_3 - \rho_4}{\rho_1} \frac{\partial \xi_3}{\partial x} \left(\frac{\xi_0(\xi_0 - 2\xi_3) - \xi_1(\xi_1 - 2\xi_3)}{2} \right) + \frac{\rho_4}{\rho_1} \frac{\partial \xi_4}{\partial x} \left(\frac{\xi_0(\xi_0 - 2\xi_4) - \xi_1(\xi_1 - 2\xi_4)}{2} \right) \right]; \quad (16)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
U_1 = ER_1 & \left[\left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) \frac{\partial \xi_1}{\partial x} \left(\frac{z^2}{2} - \xi_1 z - \frac{\xi_0(\xi_0 - 2\xi_1)}{2} \right) + \frac{\rho_2 - \rho_3}{\rho_1} \frac{\partial \xi_2}{\partial x} \left(\frac{z^2}{2} - \xi_2 z - \frac{\xi_0(\xi_0 - 2\xi_2)}{2} \right) + \right. \\
& \left. + \frac{\rho_3 - \rho_4}{\rho_1} \frac{\partial \xi_3}{\partial x} \left(\frac{z^2}{2} - \xi_3 z - \frac{\xi_0(\xi_0 - 2\xi_3)}{2} \right) + \frac{\rho_4}{\rho_1} \frac{\partial \xi_4}{\partial x} \left(\frac{z^2}{2} - \xi_4 z - \frac{\xi_0(\xi_0 - 2\xi_4)}{2} \right) \right]. \quad (17)
\end{aligned}$$

Подставив полученные формулы (14)–(17) в уравнения (10)–(13), можно получить систему уравнений для определения границ слоев:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \xi_1}{\partial t} - \frac{\partial \xi_0}{\partial t} = ER_1 \frac{\partial}{\partial x} & \left[\left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) \frac{\partial \xi_1}{\partial x} \left(\frac{\xi_1^3}{3} + \frac{\xi_0^2(\xi_0 - 3\xi_1)}{6} + \frac{\xi_0(\xi_0 - 2\xi_1)(\xi_1 - \xi_0)}{2} \right) + \right. \\
& \frac{\rho_2 - \rho_3}{\rho_1} \frac{\partial \xi_2}{\partial x} \left(\frac{3\xi_2\xi_1^2 - \xi_1^3 + \xi_0^3 - 3\xi_2\xi_0^2}{6} + \frac{\xi_0(\xi_0 - 2\xi_2)(\xi_1 - \xi_0)}{2} \right) + \\
& + \frac{\rho_3 - \rho_4}{\rho_1} \frac{\partial \xi_3}{\partial x} \left(\frac{3\xi_3\xi_1^2 - \xi_1^3 + \xi_0^3 - 3\xi_3\xi_0^2}{6} + \frac{\xi_0(\xi_0 - 2\xi_3)(\xi_1 - \xi_0)}{2} \right) + \\
& \left. + \frac{\rho_4}{\rho_1} \frac{\partial \xi_4}{\partial x} \left(\frac{3\xi_4\xi_1^2 - \xi_1^3 + \xi_0^3 - 3\xi_4\xi_0^2}{6} + \frac{\xi_0(\xi_0 - 2\xi_4)(\xi_1 - \xi_0)}{2} \right) \right]; \quad (18)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \xi_2}{\partial t} - \frac{\partial \xi_1}{\partial t} = ER_2 \frac{\partial}{\partial x} & \left\{ \left(1 - \frac{\rho_3}{\rho_2} \right) \frac{\partial \xi_2}{\partial x} \left(\frac{(\xi_2 - \xi_1)^3}{3} \right) + \right. \\
& + \frac{\rho_3 - \rho_4}{\rho_2} \frac{\partial \xi_3}{\partial x} \left(\frac{(\xi_2 - \xi_1)^2(3\xi_3 - \xi_2 - 2\xi_1)}{6} \right) + \frac{\rho_4}{\rho_2} \frac{\partial \xi_4}{\partial x} \left(\frac{(\xi_2 - \xi_1)^2(3\xi_4 - \xi_2 - 2\xi_1)}{6} \right) \Big\} + \\
& + \frac{ER_1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ (\xi_2 - \xi_1) \left[\left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) \frac{\partial \xi_1}{\partial x} (\xi_1^2 + \xi_0(\xi_0 - 2\xi_1)) + \right. \right. \\
& + \frac{\rho_2 - \rho_3}{\rho_1} \frac{\partial \xi_2}{\partial x} (\xi_0(\xi_0 - 2\xi_2) - \xi_1(\xi_1 - 2\xi_2)) + \\
& \left. \left. + \frac{\rho_3 - \rho_4}{\rho_1} \frac{\partial \xi_3}{\partial x} (\xi_0(\xi_0 - 2\xi_3) - \xi_1(\xi_1 - 2\xi_3)) + \frac{\rho_4}{\rho_1} \frac{\partial \xi_4}{\partial x} (\xi_0(\xi_0 - 2\xi_4) - \xi_1(\xi_1 - 2\xi_4)) \right] \right\}; \quad (19)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \xi_3}{\partial t} - \frac{\partial \xi_2}{\partial t} = & ER_3 \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left(1 - \frac{\rho_4}{\rho_3} \right) \frac{\partial \xi_3}{\partial x} \left(\frac{(\xi_3 - \xi_2)^3}{3} \right) + \frac{\rho_4}{\rho_3} \frac{\partial \xi_4}{\partial x} \left(\frac{(\xi_3 - \xi_2)^2 (3\xi_4 - \xi_3 - 2\xi_2)}{6} \right) \right\} + \\
& + \frac{ER_1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ (\xi_3 - \xi_2) \left[\left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) \frac{\partial \xi_1}{\partial x} (\xi_1^2 + \xi_0 (\xi_0 - 2\xi_1)) + \right. \right. \\
& + \frac{\rho_2 - \rho_3}{\rho_1} \frac{\partial \xi_2}{\partial x} (\xi_0 (\xi_0 - 2\xi_2) - \xi_1 (\xi_1 - 2\xi_2)) + \\
& \left. \left. + \frac{\rho_3 - \rho_4}{\rho_1} \frac{\partial \xi_3}{\partial x} (\xi_0 (\xi_0 - 2\xi_3) - \xi_1 (\xi_1 - 2\xi_3)) + \frac{\rho_4}{\rho_1} \frac{\partial \xi_4}{\partial x} (\xi_0 (\xi_0 - 2\xi_4) - \xi_1 (\xi_1 - 2\xi_4)) \right] \right\} + \\
& + \frac{ER_2}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ (\xi_3 - \xi_2) \left[\left(1 - \frac{\rho_3}{\rho_2} \right) \frac{\partial \xi_2}{\partial x} \cdot (\xi_1 - \xi_2)^2 + \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{\rho_3 - \rho_4}{\rho_2} \frac{\partial \xi_3}{\partial x} \cdot (\xi_1 (\xi_1 - 2\xi_3) - \xi_2 (\xi_2 - 2\xi_3)) + \frac{\rho_4}{\rho_2} \frac{\partial \xi_4}{\partial x} \cdot (\xi_1 (\xi_1 - 2\xi_4) - \xi_2 (\xi_2 - 2\xi_4)) \right] \right\}; \quad (20)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \xi_4}{\partial t} - \frac{\partial \xi_3}{\partial t} = & ER_4 \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\partial \xi_4}{\partial x} \cdot \left(\frac{(\xi_4 - \xi_3)^3}{3} \right) \right\} + \\
& + \frac{ER_1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ (\xi_4 - \xi_3) \left[\left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) \frac{\partial \xi_1}{\partial x} (\xi_1^2 + \xi_0 (\xi_0 - 2\xi_1)) + \right. \right. \\
& + \frac{\rho_2 - \rho_3}{\rho_1} \frac{\partial \xi_2}{\partial x} (\xi_0 (\xi_0 - 2\xi_2) - \xi_1 (\xi_1 - 2\xi_2)) + \\
& \left. \left. + \frac{\rho_3 - \rho_4}{\rho_1} \frac{\partial \xi_3}{\partial x} (\xi_0 (\xi_0 - 2\xi_3) - \xi_1 (\xi_1 - 2\xi_3)) + \frac{\rho_4}{\rho_1} \frac{\partial \xi_4}{\partial x} (\xi_0 (\xi_0 - 2\xi_4) - \xi_1 (\xi_1 - 2\xi_4)) \right] \right\} + \\
& + \frac{ER_2}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ (\xi_4 - \xi_3) \left[\left(1 - \frac{\rho_3}{\rho_2} \right) \frac{\partial \xi_2}{\partial x} \cdot (\xi_1 - \xi_2)^2 + \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{\rho_3 - \rho_4}{\rho_2} \frac{\partial \xi_3}{\partial x} (\xi_1 (\xi_1 - 2\xi_3) - \xi_2 (\xi_2 - 2\xi_3)) + \frac{\rho_4}{\rho_2} \frac{\partial \xi_4}{\partial x} (\xi_1 (\xi_1 - 2\xi_4) - \xi_2 (\xi_2 - 2\xi_4)) \right] \right\} + \\
& + \frac{ER_3}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ (\xi_4 - \xi_3) \left[\left(1 - \frac{\rho_4}{\rho_3} \right) \frac{\partial \xi_3}{\partial x} (\xi_2 - \xi_3)^2 + \frac{\rho_4}{\rho_3} \frac{\partial \xi_4}{\partial x} (\xi_2 (\xi_2 - 2\xi_4) - \xi_3 (\xi_3 - 2\xi_4)) \right] \right\}.
\end{aligned}$$

(21)

Решение полученной системы уравнений позволяет определить изменения границ между слоями, а затем по формулам (14)–(17) могут быть установлены скорости движений в этих слоях.

Таким образом, в результате моделирования рассматриваемого процесса, происходящего в трехслойной литосфере, задача сведена к решению системы из трех квазилинейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка. Эти уравнения относятся к параболическому типу уравнений математической физики.

Полученная система уравнений (18)–(21) определяет движения в трехслойном литосферном и астеносферном слоях под воздействием локального поднятия подастеносферного основания и в целом является одной из математических моделей движений в литосферных слоях Земли. На основе этой математической модели может быть сформулирована задача математической физики о решении системы квазилинейных уравнений параболического типа, решение которой может быть использовано для интерпретации глубинных тектонических процессов [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. Белоусов В. В. Основы геотектоники. М.: Недра, 1989. 381 с.
2. Добрецов Н. Л., Кирдяшкин А. Г., Кирдяшкин А. А. Глубинная геодинамика. 2-е изд. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2001. 409 с.
3. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Проблемы гидродинамики и их математические модели. М.: Наука, 1972. 416 с.
4. Куралбаев З. К. Модельное исследование вязких движений в астеносфере. Алматы, 2003. 137 с.
5. Куралбаев З. К. Модельное исследование влияния локального поднятия мантийных веществ на тектоносферу // Научный вестник

Новосибирского государственного технического университета.
Новосибирск, 2005. № 1. С. 22-37.

6. *Куралбаев З. К., Аманбаев А. А.* Математическая модель задачи о литосферных движениях под воздействием куполообразного поднятия мантийных веществ // Вестник СГУ им. Шакарима. Семей, 2006. №4. С. 188-192.

Файл: 6_Куралбаев_МАТ.rtf
Каталог: C:\Documents and Settings\Санду\Мои документы
Шаблон: C:\Documents and Settings\Санду\Application
Data\Microsoft\Шаблоны\Normal.dotm
Заголовок: Постановка задачи
Содержание:
Автор: USER3
Ключевые слова:
Заметки:
Дата создания: 24.11.2008 21:30:00
Число сохранений: 3
Дата сохранения: 25.11.2008 11:34:00
Сохранил: а
Полное время правки: 10 мин.
Дата печати: 07.12.2012 10:10:00
При последней печати
страниц: 9
слов: 1 185 (прибл.)
знаков: 6 761 (прибл.)