УДК 681.51 *МРНТИ 50.43.17*

АНАЛИЗ ДИНАМИКИ ДИСКРЕТНЫХ ИНТЕРВАЛЬНЫХ ЗАМКНУТЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Н. Р. Юничева

Институт проблем информатики и управления МОН РК

Баскарудыц туйыц дискрегп интервалды жуйелершщ асимптотикалыц турактылыгыньщ матрицалыц критерижщ интервалды^ аналогын алу процедурасы усынылган, матрицальщ критеридщ есептеу алгоритмдер! жасалган.
Туй(нд1 сездер: бас^ару жуйелерь есептеу алгоритмдер1, матрицалык критерилер.

The procedure of obtaining of matrix criterion interval analog of asymptotic stability of discrete interval closed-loop control system is proposed, computational algorithms of matrix criterion are developed.
Key words: control systems, computational algorithms, matrix criteria.

Вопросы анализа устойчивости движения различных физических систем, в том числе и систем управления, по-прежнему привлекают внимание специалистов различных областей знания и в силу отсутствия их полного решения продолжают оставаться одной из актуальных проблем в механике, прикладной математике и теории управления различными технологиями и технологическими процессами.

Изучение динамических свойств дискретных интервально-заданных систем, функционирующих в условиях параметрической неопределенности, является актуальной научной задачей. В большинстве случаев параметрическая неопределенность характеризуется принадлежностью реальных значений параметров технического объекта некоторым интервалам, границы которых априорно известны. Следовательно, возникает задача управления не единственным объектом, а семейством или множеством объектов.

Вопросы разработки методов, подходов решения задач исследования динамических свойств и построения систем автоматического управления интервально-заданными объектами находится на начальном этапе и требуют дальнейшего развития.

Автором рассмотрена дискретная интервальная замкнутая система управления, математическая модель которой в пространстве состояний представляется следующим образом:

$$X_{n+l}=[D]X_n \quad , \qquad (1)$$

где $[D]$ е $M_{„ „} (1(R))$,$[D]$ = ([^] i, j = 1, $п$\, $[d_g]$ = $[d_„; d_{tJ}]$, i, j = 1, и - вещественная интервальная матрица замкнутой системы управления; М„,,(!(R)) - множества матриц, элементами которых являются вещественные интервалы [$\bar{\ }]^{\Delta}\{$ a е R л а < a < $aj;$

1(R)- множества всех вещественных интервалов;

$X(t)eR"$ - вектор состояний.

При этом желаемый интервальный характеристический полином определяется следующим образом:

$$[d(X)] = det(XE - [£>]) = Я" + [c/,] X^{''''l} + [d_2] Я.^{''''2} + \cdots + \&] . \qquad (2)$$

где Е - единичная матрица;

[«/,•] = [</,-,й?,-]| = 1,и - интервальные коэффициенты характеристического полинома замкнутой системы управления.

Система уравнений (1) является интервальной, поэтому для исследования динамических свойств данной системы потребуется изучение динамических свойств целого семейства точечных систем. Рассмотрим заданную интервальную матрицу [z>] замкнутой системы управления (1). Пусть D - точечная матрица такая, что D е [z)]. Для проведения дальнейших рассуждений воспользуемся следующими определениями:

Определение 1. Интервальная матрица [о] замкнутой дискретной системы управления вида (1) асимптотически устойчива, если асимптотически устойчивы все точечные матрицы D *е* $[o]$.

Как известно [1], характеристическое уравнение матрицы D <= $[/)]$ представляется следующим образом:

$$det(D - X E = 0) \qquad (3)$$

Тогда для интервальной матрицы [d] имеется следующее определение:

Определение 2. Семейство характеристических уравнений для всех точечных матриц De [d] называется характеристическим уравнением интервальной матрицы [£>] и формально записывается в следующем виде:

$$det\{[D)-XE = Q), \tag{4}$$

Предположим, что матрица De \p\ асимптотически устойчива и все ее собственные значения $Я_{,(}(ZD),/ = 1,п$ локализованы в круге единичного радиуса R в левой части плоскости комплексного переменного X.

Для получения матричного критерия асимптотической устойчивости воспользуемся дробно-линейным преобразованием следующего вида:

$$\rho = \frac{\lambda}{R} + 1$$

Оно позволяет перевести круг заданного радиуса R в левой части плоскости комплексного переменного X, в единичный круг с центром в начале координат плоскости комплексного переменного р. Значение X = (р-1)Л из (5) подставим в (3), опустив промежуточные вычисления, получим:

$$det(F - p/ = o), \tag{6}$$

где $F = \frac{}{R} + 1$ - преобразованная матрица, собственные значения которой расположены в круге единичного радиуса. Если $Pi(F), i = \overline{\backslash,n}$ являются собственными значениями матрицы F, то собственными значениями матрицы F^k будут числа (p, (/*"))* [2]. Следовательно, если матрица D е [£>] замкнутой системы управления устойчива, то последовательное возведение матрицы в k-ую степень позволяет уменьшить абсолютную величину собственных значений (рД/^{7}))* , так как все $P_j(F), i = \overline{1,n}$ локализованы внутри круга единичного радиуса и по модулю меньше единицы, т. е.

$$|p_i(F)|<1, i = \overline{1,n} \cdot \qquad (7)$$

Таким образом, для асимптотической устойчивости матрицы L>e[z>] необходимо и достаточно, чтобы неравенство (7) имело силу. Выполнимость необходимого и достаточного условия (7) устанавливается по $F^k \to 0$. Для того чтобы матрица D е [/}] замкнутой системы управления была асимптотически устойчива, необходимо и достаточно, чтобы преобразованная матрица F^k стремилась к нулевой при $k \to 0$.

Интервальным аналогом точечной матрицы является интервальная матрица следующего вида:

$$1 \quad 1 \quad R \qquad (8)$$

Сформулируем последовательность k степеней матрицы [/г]. Для асимптотической устойчивости $[D]$ необходимо и достаточно, чтобы нижние fij и верхние fy границы всех интервальных элементов $[f_{ij}]^k, i,j = \overline{1,n}$ одновременно стремились к нулю. Для установления факта асимптотической устойчивости возможно использование норм последовательности степеней [/г].- [.F*]-

Введем в рассмотрение вещественную матрицу Q^k с элементами $(q_{ij})^k, i,j = \overline{1,n}$: $q^k = |[*f| = jf_{tJ}}\| = max \bigwedge \|f_i$ (9)

и воспользуемся следующими матричными нормами:

$$П \quad |\!| = max Щ \quad 1 \quad 0^* \quad \cdot maxYMiA \qquad (Ю)$$

$$Е \quad Ж \quad Q^k\|_4 \sim n \cdot max|q^k| \qquad (11)$$

Выберем минимальную из матричных норм:

$$s(*)=/»ii«\{||e*||_{<f}» = i 4 j . \qquad (12)$$

Тогда, если неравенство $\$(\&)< 1$ выполняется для какого-нибудь κ, то интервальная матрица [D] замкнутой системы управления будет обладать свойством асимптотической устойчивости.

Наряду с обеспечением свойства асимптотической устойчивости необходимо обеспечить качественные показатели. Ниже представлена интервальная версия построения критериальной матрицы для области, внутри которой степень устойчивости не ниже заданной. Пусть степень устойчивости замкнутой системы характеризуется параметром a и все собственные значения матриц Иё[о] интервальной системы (1) расположены в круге заданного радиуса плоскости переменного X . Для построения критериальной матрицы необходимо отобразить круг, расположенный в левой части плоскости комплексного переменного X с центром на вещественной отрицательной полуоси в точке (-/г, -а,0), на единичный круг с центром в начале координат плоскости комплексного переменного р при помощи функции следующего вида:

$$А. = (р-1)й_1+а, \qquad (13)$$

где/Jj - радиус круга, охватывающего все собственные значения Я,,/ = 1,и матриц De[Z)]. Подстановкой значения (13) $det(D-XE) = O$ в для матрицы D получим:

$$det\{Z-pE)=0, \qquad (14)$$

где $Z = \frac{\quad}{R_i} + E$ - преобразованная матрица, собственные значения которой расположены в круге единичного радиуса плоскости переменного Р.

Для того чтобы все собственные значения матрицы замкнутой системы располагались внутри круга с центром в точке в левой части комплексного переменного, необходимо и достаточно, чтобы построенная матрица при возведении ее в к-ую степень стремилась к нулевой: Z* -» 0, к -> оо .

Интервальным аналогом полученной матрицы Zбудет интервальная матрица следующего вида:

$$и = \frac{[p]-a/}{R,} + 1 \ ,[z]=\{\{z_{IJ}\}i,j = l,n \backslash \{z_{iJ}]^{\wedge}_{iJ}, z_{,j} \backslash iJ = l,n \quad . \tag{15}$$

Исследование устойчивости осуществляется с помощью критерия, основанного на рассмотренных выше матричных нормах. Для этого введем в рассмотрение вещественную матрицу:

$$G = (g_u),\ i.j = l,\ n, \quad G = |[Z], \quad g_{,,} = max \qquad 'J > \tag{16}$$

и воспользуемся следующими матричными нормами:

$$IUtII = max \sum \backslash gij \backslash, \ G^{*}\&11 = max \tag{17}$$

$$\backslash\backslash p^{\kappa}\backslash\backslash_{г}\backslash Щ4 \backslash \bullet F t n \wedge H I " \tag{18}$$

V=U=' J

Выберем минимальную из норм:

$$b^{*}{}_{II_2} \| G^{*} \|_{3} \| b\ i_{114} \tag{19}$$

Тогда, если неравенство $|p^*| < 1$ выполняется для какого-нибудь *к,* то интервальная матрица *[D]* замкнутой системы управления является асимптотически устойчивой.

В результате исследований предложена процедура получения интервального аналога матричного критерия асимптотической устойчивости дискретной интервальной замкнутой системы. Основой предлагаемой процедуры является использование аппарата теории матричного и интервального анализа, методов локализации. Для исследования качественных показателей предложена интервальная версия построения критериальной матрицы для области, где степень устойчивости не ниже заданной. Разработаны вычислительные алгоритмы предложенного матричного критерия асимптотической устойчивости.

Литература

1. *Dygarova I. V.* Interval Matrix Determinant Computing Method // Relible Computing. - 1999. - № 3. - P. 401 -410.

2. *Юничева Н. Р.* Исследование асимптотической устойчивости интервальной замкнутой системы управления // Вестн. КазНУ. - 2002. - № 3 . - С. 124-131.

ИНФОРМАЦИЯ

НТ2007К2082

ТЕХНОЛОГИЯ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЦЕОЛИТОВ ЧАНКОНАЙСКОГО МЕСТОРОЖДЕНИЯ В КАЧЕСТВЕ КОНСЕРВАНТА-ОБОГАТИТЕЛЯ ЗЕЛЕНЫХ КОРМОВ

Назначение - консервирование зеленых кормов

Повышается качество силосованных кормов, снижаются потери питательных веществ в 1,4-1,6 раза. Силос обогащается комплексом макро- и микроэлементов.

Этапы разработки	Технорабочая документация
Состояние защиты	Патент(ы)
Вид делового предложения	Совместное производство
Организация-разработчик	Научно-производственный центр животноводства и ветеринарии

V . J