

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДАВЛЕНИЯ КВАЗИКЛАССИЧЕСКОЙ ВОДОРОДНОЙ ПЛАЗМЫ

**З.С. Мажит**

*Павлодарский государственный педагогический институт*

Плазма представляет собой квазинейтральную систему заряженных и нейтральных частиц. Физические параметры плазмы – степень ионизации, свободная энергия, давление, среднее межчастичное расстояние, радиус Дебая и др. – взаимосвязаны [1]. Квантовые эффекты дифракции способствуют ослаблению взаимодействий частиц и снижению степени ионизации плазмы [2]. Важнейшая практическая задача – определение давления квазиклассической плазмы в зависимости от параметров. Основным методом исследования является применение квазиклассического подхода в описании плазмы в приближении парных корреляций в рамках псевдопотенциальной модели [1].

Состояние плазмы описывается с помощью безразмерных параметров плотности  $r_s$  и связи  $\Gamma$ :  $r_s = a/a_B$ , где  $a$  – среднее расстояние между частицами,  $a_B$  – Боровский радиус;  $\Gamma = \frac{e^2}{ak_B T}$ ,  $e$  – заряд электрона,  $T$  – температура плазмы,  $k_B$  – константа Больцмана. Базовые потенциалы взаимодействия частиц (микрopotенциалы) записываются в виде:

$$\varphi_{pn}(r) = -\varphi_{en}(r) = e^2 \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{a_B} \right) \exp\left( -\frac{2r}{a_B} \right), \quad (1)$$

$$\varphi_{ee}(r) = \frac{e^2}{r} \left( 1 - \ell^{-\frac{r}{\lambda_{ee}}} \right), \quad \varphi_{ep}(r) = -\frac{e^2}{r} \left( 1 - \ell^{-\frac{r}{\lambda_{ep}}} \right), \quad (2)$$

$$\varphi_{pp}(r) = \frac{e^2}{r} \left( 1 - \ell^{-\frac{r}{\lambda_{pp}}} \right), \quad \varphi_{nn}(r) = \frac{e^2}{r} \ell^{-\sqrt{2}r/a_B}. \quad (3)$$

Здесь  $r$  – расстояние между частицами,  $m_e$  – масса электрона,  $\lambda_{ab} = \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{m_{ab}k_B T}}$  – длина волны де Бройля центра масс пары частиц,  $\hbar$  – постоянная Планка,  $m_{ab}$  – приведенная масса системы частиц « $a$ » и « $b$ » ( $a$  и  $b=e, p, n$ ), индекс « $e$ » соответствует электронам, « $p$ » – протонам, « $n$ » – атомам.

Макропотенциалы (псевдопотенциалы), учитывающие парные корреляции, определяются из системы уравнений [1, 2]:

$$\Delta_i \Phi_{\alpha\beta}(\alpha r_i, \beta r_j) = \Delta_i \varphi_{\alpha\beta}(\alpha r_i, \beta r_j) - \sum_{\gamma} \frac{n_{\gamma}}{k_{\beta} T} \int^{\gamma} dr_k \Delta_i \varphi_{\alpha\gamma}(\alpha r_i, \gamma r_k) \Phi_{\gamma\beta}(\gamma r_k, \beta r_j),$$

где  $D_i$  – оператор Лапласа “ $i$ ”-той частицы,  $\Phi_{\alpha\beta}$  – псевдопотенциал, описывающий коллективные явления в плазме.

Состоянию термодинамического равновесия системы соответствует минимум свободной энергии (потенциала Гельмгольца). Свободная энергия системы определяется как сумма свободной энергии идеального газа и корреляционной энергии  $E$ :

$$E = 2\pi \int_0^{\infty} \sum_{a,b} n_a n_b \varphi_{ab} g_{ab}(r) r^2 dr, \quad (4)$$

где  $j_{ab}(r)$  – потенциал взаимодействия частиц « $a$ » и « $b$ »,  $g_{ab}(r)$  – радиальная функция распределения,  $n_a$  и  $n_b$  – концентрации частиц сорта « $a$ » и « $b$ ». При минимуме свободной энергии системы определяется степень ионизации плазмы. Давление плазмы с учетом радиальной функции распределения далее можно найти по формуле [1]

$$P = P_{id} - \frac{2\pi}{3} \int_0^{\infty} \sum_{a,b} n_a n_b \frac{d\varphi_{ab}(r)}{dr} g_{ab}(r) r^3 dr, \quad (5)$$

где  $P_{id} = (n_e + n_p + n_n) k_B T$  представляет давление идеального газа. Для идеальной, полностью ионизованной плазмы давление максимально:  $P = P_{max} = 2n_p k_B T$ .

Радиальная функция распределения определяется статистической суммой, которая записывается либо в форме Планка-Ларкина, либо как усеченная атомная статистическая сумма [1].

На рисунке 1 приведена полученная описанным выше способом зависимость степени ионизации  $\alpha$  от параметров плазмы  $r_s$  и  $\Gamma$ .

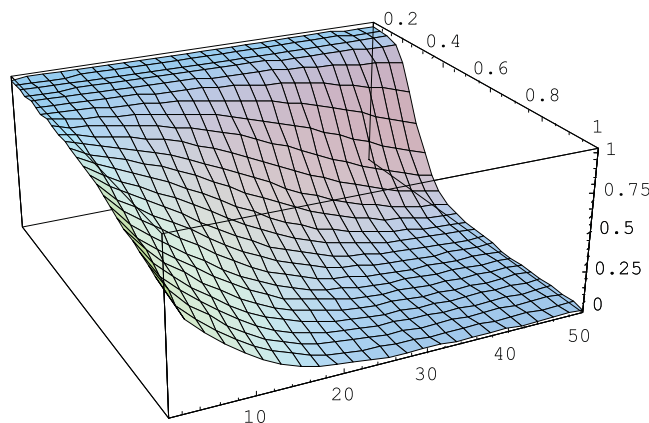


Рисунок 1 - Зависимость степени ионизации  $\alpha$  от параметров плотности  $r_s$  и связи  $\Gamma$  для квазиклассической водородной плазмы

При высоких значениях параметра связи  $\Gamma$  (сильно связанная плазма) и параметра плотности  $r_s$  (разреженная плазма) степень ионизации стремится к нулю, т.е. для квазиклассической плазмы средней плотности (повышение значения  $r_s$  соответствует увеличению расстояния между частицами плазмы, соответственно – уменьшению плотности) при определенной температуре (рост  $\Gamma$  означает, с одной стороны, понижение температуры, а с другой – уменьшение расстояния между частицами) давление стремится к величине, равной половине максимального давления  $1/2P_{\max}$ . Поскольку максимальное давление в относительных единицах ( $P_{\max}/P_{id}$ ) равно 2, то давление стремится к давлению идеального газа и определяется лишь давлением нейтральной компоненты. На рис.2 очевидно стремление давления к пределу  $1/2P_{\max}$ , что реально объясняется устремлением степени ионизации  $\alpha$  к нулю при высоких значениях  $r_s$  и  $\Gamma$  (рис. 1).

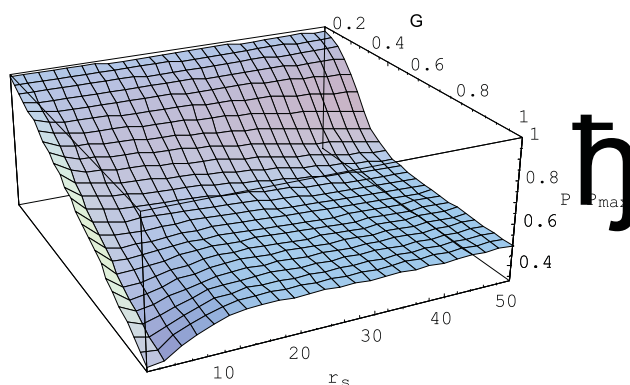


Рисунок 2 - Давление квазиклассической водородной плазмы в зависимости от параметров плотности  $r_s$  и связи  $\Gamma$ . Использована статистическая сумма в форме Планка-Ларкина

Из рис.3 следует, что зависимость корреляционной энергии от параметра связи является немонотонной, величина корреляционной энергии максимальна при  $\Gamma \sim 0.4$  в случае  $r_s = 20$ .

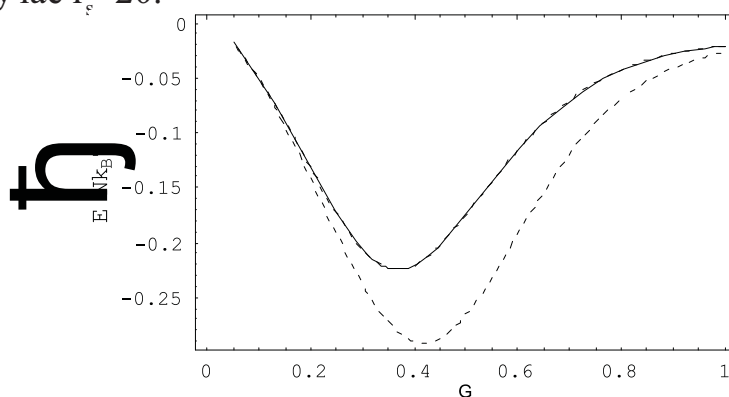


Рисунок 3 - Энергия корреляции частично ионизованной водородной плазмы:  $r_s = 20$ . Сплошная линия – квазиклассическое рассмотрение,

штриховая линия соответствует классической плазме

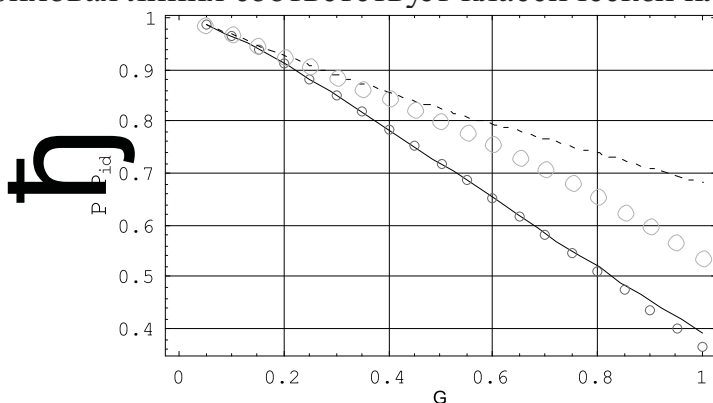


Рисунок 4 - Давление квазиклассической водородной плазмы как функция параметра связи  $\Gamma$  для  $r_s=1$ . статистическая сумма в форме Планка-Ларкина: сплошная линия – уравнение Саха, точки – с учетом корреляций. Усеченная статистическая сумма: штриховая линия – уравнение Саха, крупные точки – с учетом корреляций

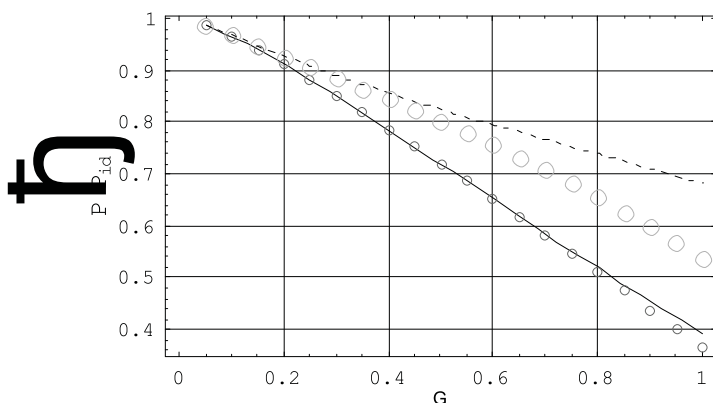


Рисунок 5 - Зависимость давления квазиклассической водородной плазмы от параметра связи  $\Gamma$ : сплошная линия соответствует  $r_s=5$ , штриховая линия -  $r_s=10$ , точки -  $r_s=40$

Как упоминалось выше, ослабление взаимодействия между частицами плазмы, т.е. снижение величины  $\Gamma$ , ведёт к уменьшению давления (рис.4). Учет парных корреляций способствует большему снижению давления с возрастанием  $\Gamma$  по сравнению с ионизационным равновесием Саха, поскольку происходит затрата энергии на коллективные явления, степень ионизации падает (рис.1).

На рис.5 приведена немонотонная зависимость давления от параметра связи  $\Gamma$  при фиксированном значении параметра плотности, явная для  $r_s=10$  и  $r_s=40$ . Она обусловлена увеличением корреляционной энергии (рис.3). Минимум давления смещается с ростом параметра плотности в сторону малых значений  $\Gamma$ .

Таким образом, в данной работе исследована зависимость давления квазиклассической водородной плазмы от параметров плазмы. Показано,

что давление в зависимости от параметра связи в общем случае имеет немонотонный характер, что обусловлено увеличением корреляционной энергии плазмы. Рост параметра связи связан с понижением степени ионизации. Парные корреляции приводят к снижению степени ионизации в сравнении с ионизационным равновесием Саха при  $\Gamma \approx 0.4$  и падению давления в сравнении с давлением идеального газа, которое также снижается. Далее для исследования уравнения состояния плазмы в квазиклассическом приближении необходимо рассмотреть поведение радиальных функций распределения и потенциалов взаимодействия частиц.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Архипов Ю.В., Баимбетов Ф.Б., Давлетов А.Е., Стариков К.В. Псевдопотенциальная теория плотной высокотемпературной плазмы. Алматы: «Қазақ университеті», 2002. – 113 с.
2. Мажит З.С. Известия НАН РК. Серия физико-математическая. 2009. – сдана в печать.

### *Түйіндеме*

*Мақалада жұптық түзету жақындауы тұрғысынан квазиклассикалық сутекті плазманың еркін энергиясы үшін теңдеуін шешу арқылы ионизация дәрежесінің және қысымның плазма параметрлерінен тәуелділіктері анықталған. Бөлшектердің кванттық қасиеттері базалық потенциалдар өрнектерінде есепке алынды. Жалпы жағдайда қысымның байланыс параметріне тәуелділігінің сипаты монотонды емес. Бұл плазманың корреляциялық энергиясының өсуімен қамтылады. Байланыс параметрінің өсуі ионизация дәрежесінің төмендеуімен байланысты. Жұптық корреляциялар  $\Gamma \approx 0.4$  кезіндегі Саха ионизациялық теңестігімен салыстырғанда иондалу дәрежесінің төмендеуіне және идеал газ қысымымен салыстырғанда қысымның төмендеуіне әкеледі.*

### *Resume*

*In an article in pair correlation approximation by solving equation of free energy for quasi-classical hydrogen plasmas ionization degree and pressure dependences on plasmas parameters have been gotten. The particles quantum properties have been taken into account in basic potentials. It is shown, that pressure depending on communication parametre generally has nonmonotonic character that is caused by increase in correlation energy of plasma. Growth of parametre of communication is connected with fall of degree of ionisation. Pair correlations lead to decrease in degree of ionisation in comparison with ionic balance Sakha at  $\Gamma \approx 0.4$  and to pressure drop in comparison with pressure of ideal gas which also decreases.*