

Г.Т. Исина, Г.С. Фахрутдинов,
Д.К. Сапенова

УДК 624.01.001.24

Павлодарский государственный университет
им. С. Торайгырова

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА КОНСТРУКЦИЙ ПО МЕТОДУ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ (МКЭ)

*Мақала авторлары шекті элементтер әдісі бойынша
негізделген құрылыс есебінің алгоритмі ұсынылған.*

The authors represent the algorithm of the constructions' calculations' based on the final elements' method.

Алгоритм расчета основан на методе конечных элементов (МКЭ).

Умение рассчитывать плоские стержневые конструкции имеет огромное значение при проектировании строительных конструкций.

Неотъемлемой частью расчета любой конструкции на прочность, жесткость или устойчивость является определение внутренних усилий в ее элементах. Определение внутренних усилий и построение их эпюр представляют собой весьма трудоемкий процесс. В связи с этим целесообразно производить подобные расчеты на ПК.

В данной работе излагается последовательность расчетов плоских стержневых систем по определению перемещений узлов и внутренних усилий в стержнях на основе конкретной программы (PSS321), разработанной кандидатом технических наук, профессором ПГУ Фахрутдиновым Г. С.

Программа для ПК составлена на алгоритмическом языке ФОРТРАН и позволяет производить расчеты по определению перемещений узлов и внутренних усилий в стержнях плоских стержневых конструкций на основе метода конечных элементов.

Конфигурация конструкции, количество узлов, стержней, опорных связей, а также количество вариантов нагружений могут быть произвольными.

В программе предусмотрена возможность проведения расчетов при действии сосредоточенных сил и моментов, а также при действии распределенных нагрузок, меняющихся по линейному закону.

Результатами расчетов являются значения линейных и угловых перемещений узлов и внутренних усилий в стержнях рамы.

Идея расчета плоских стержневых конструкций по методу конечных элементов (МКЭ).

Метод конечных элементов является одним из наиболее универсальных методов расчета конструкций на прочность, жесткость и устойчивость. Для стержневых конструкций МКЭ практически аналогичен методу перемещений в классической строительной механике. Отличие состоит лишь в том, что в предлагаемой работе наряду с деформациями стержней от изгиба учтены и деформации от продольных сил, что несложно сделать при применении ПК.

Представленный в матричной форме МКЭ удобен при алгоритмизации.

На основании сказанного, в качестве метода расчета в работе был принят метод конечных элементов в перемещениях.

Основное уравнение МКЭ, записанное в матричной форме, имеет следующий вид:

$$[K] * \{Z\} = \{P\} \quad (1.1)$$

где $[K]$ - квадратная матрица жесткости конструкции;

$\{Z\}$ - вектор перемещений узлов;

$\{P\}$ — вектор узловых сил.

Матричное уравнение (1.1) эквивалентно системе линейных алгебраических уравнений, порядок которой определяется количеством перемещений узлов, подлежащих определению. Опуская подробности, связанные с теорией МКЭ, приведем лишь общую последовательность действий по алгоритму расчета:

- a) формируем матрицу жесткости всей конструкции $[K]$;
- b) формируем вектор узловых сил $\{P\}$;
- c) решая систему уравнений (1.1), получаем вектор перемещений узлов $\{Z\}$;
- d) вычисляем внутренние усилия во всех элементах (стержнях) конструкции.

При расчетах на ПК по программе PSS321 на основании предварительно введенных исходных данных автоматически составляются матрицы $[K]$ и $\{P\}$, а затем решается система уравнений (1.1). Решение системы уравнений (1.1) дает значения узловых перемещений рамы (матрица $\{Z\}$). Далее на основании найденных узловых перемещений вычисляются значения внутренних усилий N, Q, M .

Общий порядок подготовки данных для расчета

При дальнейшем изложении материала приняты следующие обозначения переменных и массивов:

NU - количество узлов рамы.

За узлы принимаются точки, в которых:

- расположены начало или конец стержня;
- наложены опорные связи;
- действуют сосредоточенная сила или сосредоточенный момент,
- начинается или заканчивается распределенная нагрузка.

NS - количество стержней рамы.

Стержень - это элемент рамы между двумя соседними узлами.

NZ - общее количество неизвестных перемещений узлов.

NV - количество вариантов загружений рамы.

NP - общее количество сосредоточенных (узловых) нагрузок во всех вариантах загружений.

NQ - общее количество распределенных (пролетных) нагрузок во всех вариантах загрузки.

$XY (NU, 2)$ - матрица координат узлов;

$MIU (NU, 3)$ - матрица индексов перемещений узлов рамы;

$MIS (NS, 3)$ - матрица индексов стержней рамы;

$MIZ (NS, 6)$ - матрица индексов неизвестных перемещений концов стержня;

$MIP (MP, 2)$ - матрица индексов узловых нагрузок;

$PU (NP)$ - вектор значений узловых нагрузок;

$MIQ (NQ, 3)$ - матрица индексов пролетных нагрузок;

$QHK (NQ, 2)$ - матрица значений пролетных нагрузок;

$P (NZ, NV)$ - матрица приведенных узловых нагрузок;

$K (NZ, NZ)$ - матрица коэффициентов общей системы уравнений.

Матрица координат узлов $XY (NU, 2)$ — имеет количество строк, равное количеству узлов рамы и два столбца.

Номер строки матрицы соответствует номеру узла рамы. В первом столбце находится координата соответствующего узла по оси X , а во втором - координата этого же узла по оси Y .

Матрица индексов узлов $MIU (NU, 3)$ - имеет количество строк, равное количеству узлов рамы и три столбца. Номер строки соответствует номеру узла рамы.

В трех столбцах записываются соответственно номера уравнений равновесия: суммы проекций сил на ось X , суммы проекций сил на ось Y и суммы моментов относительно центра узла. Матрица индексов стержней $MIS (NS, 3)$ - имеет количество строк, равное количеству стержней рамы, и три столбца.

Номер строки определяет номер соответствующего стержня.

В первом столбце записывается номер узла, где находится начало стержня, во втором столбце записывается номер узла, где находится конец стержня. В третьем столбце записывается марка стержня (MS). Марка стержня указывает, как закреплены в узле начало и конец стержня. При этом возможны четыре варианта:

а) $MS = 22$, если и начало, и конец стержня закреплены шарнирно;

б) $MS = 23$, если начало стержня закреплено шарнирно, а конец - жестко;

в) $MS = 32$, начало стержня закреплено жестко, а конец - шарнирно;

г) $MS = 33$, если и начало, и конец стержня закреплены жестко.

Матрица индексов перемещений концов стержня $MIZ (NS, 6)$ - имеет число строк, равное количеству стержней и шесть столбцов. Номер строки соответствует номеру стержня. В столбцах записываются порядковые номера перемещений концов стержня. Матрицу $MIZ (NS, 6)$ формирует компьютер.

Матрица индексов узловых сил $MIP (MP, 2)$ - имеет число строк, равное количеству ненулевых узловых воздействий во всех вариантах загрузки и два столбца.

Номер строки соответствует номеру узлового воздействия.

В первом столбце записывается номер варианта загрузки, в котором участвует искомая сила. Во втором столбце записывается номер перемещения, соответствующего направлению узлового воздействия.

Вектор узловых сил $PU (NP)$ — содержит значения ненулевых узловых сил во всех вариантах загрузки. При этом положительными считаются сосредоточенные силы, направления которых совпадают с положительным направлением соответствующей

координатной оси. Сосредоточенный момент считается положительным, если он действует против хода часовой стрелки.

Матрица индексов распределенных нагрузок $MIQ(NQ, 3)$ - имеет число строк, равное количеству распределенных нагрузок во всех вариантах загрузений.

Номер строки соответствует номеру распределенной нагрузки.

В первом столбце находится номер варианта загрузения, во втором столбце находится номер стержня, к которому приложена искомая нагрузка, а в третьем столбце записывается индикатор пролетной нагрузки. Индикатор пролетной нагрузки может иметь одно из трех значений:

1 – если направление пролетной нагрузки параллельно оси X;

2 – если направление пролетной нагрузки параллельно оси Y;

3 – если направление пролетной нагрузки перпендикулярно направлению стержня.

Матрица значений распределенных нагрузок $QHK(NQ, 2)$ - имеет число строк, равное количеству распределенных нагрузок во всех вариантах загрузений. Номер строки соответствует номеру распределенной нагрузки.

В первом и втором столбцах записываются числа, определяющие величину и знак распределенной нагрузки соответственно в начале и в конце стержня.

При этом распределенная нагрузка считается положительной, если она направлена к стержню при взгляде на стержень так, чтобы его начало находилось слева.