УДК 531(075.8)

Х. К. КОЖАМУРАТОВ

ОТНОСИТЕЛЬНАЯ НАПРЯЖЕННОСТЬ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ

Напряженность гравитационного поля Земли в каждой его точке определяется силой притяжения единичной массы, помещенной в эту точку к Земле, и численно равна ускорению свободного падения тела в этой точке инерциальной системы отсчета [1]. В не инерциальной системе отсчета, участвующей в суточном вращении Земли, определяют напряженность гравитационного поля Земли как векторную разность абсолютного ускорения свободного падения и переносного ускорения единичной массы [2]. В первом случае (случай Ньютона) свободное падение пробной массы происходит из состояния абсолютного покоя. Во втором случае (случай Галилея) свободное падение пробной массы происходит из состояния относительного покоя. Пренебрегая разными начальными условиями свободного падения пробной массы, в не инерциальной системе отсчета случай Ньютона отождествляют со случаем Галилея. Статья посвящена устранению этого пробела.

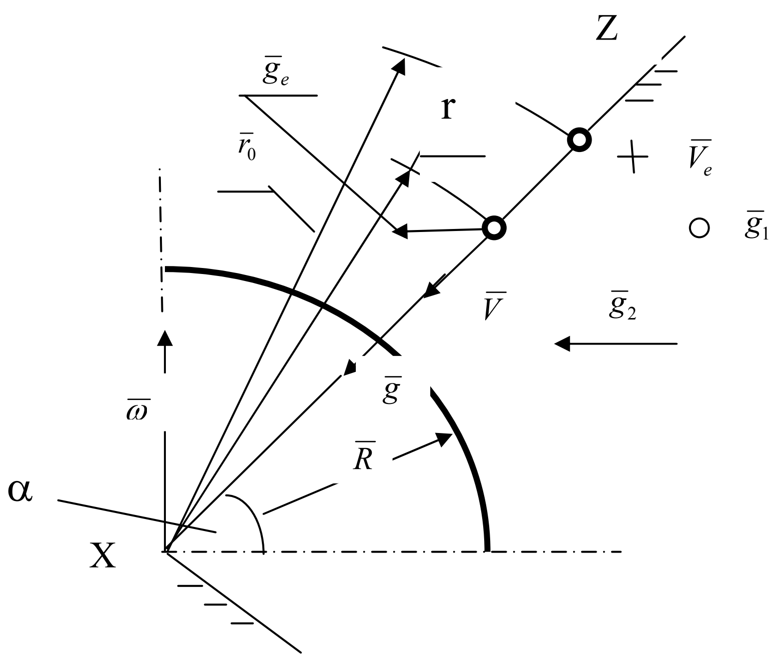
Относительное ускорение свободного падения пробной массы из состояния абсолютного покоя. Пусть на широте α на расстоянии r_0 от центра Земли пробная масса падает свободно на поверхность земного шара вдоль неподвижной оси Z из состояния абсолютного покоя (см. рис.). Вектор угловой скорости суточного вращения подвижной системы координат вместе с Землей обозначен символом $\overline{\varpi}$. Ввиду не поступательности переносного движения относительное ускорение свободного падения пробной массы определяется из векторного равенства

$$\bar{g}_r = \bar{g} - \bar{g}_e - \bar{g}_c, \quad (1)$$

где $\bar{g}$ – вектор абсолютного ускорения пробной массы; g_r – вектор относительного ускорения пробной массы; g_e – вектор переносного ускорения пробной массы; g_c – вектор кориолисового ускорения пробной массы.

Вектор переносного ускорения $\bar{g}_e$ направлен перпендикулярно к оси вращения Земли, и его значение определяется как произведение

$g_e = \omega^2 r \cos \alpha$, (2)



Падение тела на поверхность земного шара из состояния абсолютного покоя где r – расстояние пробной массы от центра Земли; ω – угловая скорость суточного вращения Земли; α – географическая широта места события.

Представим вектор кориолисового ускорения $\bar{g}_c$ как разность двух векторов $\bar{g}_1$ и $\bar{g}_2$ следующим образом:

$$\bar{g}_1 = 2(\bar{\omega}\times\bar{V}), \quad (3)$$

$$\bar{g}_2 = 2(\ddot{\omega}\times\bar{V}_e), \quad (4)$$

$$\bar{g}_c = 2(\bar{\omega}\times\bar{V}_r) = 2\left[\bar{\omega}\times(\bar{V}-\bar{V}_e)\right] = 2(\bar{\omega}\times\bar{V}) - 2(\bar{\omega}\times\bar{V}_e) = \bar{g}_1 - \bar{g}_2, \quad (5)$$

где $\bar{V}$ – вектор абсолютной скорости падения тела, направленный к центру Земли; $\bar{V}_e$ – вектор переносной скорости падающего тела, направленный на восток; $\overline{\omega}$ – вектор угловой скорости вращения Земли; $\bar{g}_1$ – компонент кориолисового ускорения, направленный на запад; $\bar{g}_2$ – компонент кориолисового ускорения, направленный к оси вращения Земли перпендикулярно.

Поскольку все слагаемые векторы в неподвижной системе координат не изменяют направления, то значение относительного ускорения свободного падения тела можно определить как

$$g_r = \sqrt{g_{rx}^2 + g_{ry}^2 + g_{rz}^2}, \quad (6)$$

где g_{rx}, g_{ry}, g_{rz} – проекции относительного ускорения g_r на неподвижные координатные оси XYZ. При этом $g_{rx} = -g_1$, $g_{ry} = -g_2\sin\alpha + g_e\sin\alpha$, $g_{rz} = -g + g_e\cos\alpha - g_2\cos\alpha$.

Подставляя значения g_{rx}, g_{ry}, g_{rz} в выражение для квадрата относительного ускорения свободного падения тела, получаем:

$g_r^2 = g_1^2 + g_e^2\sin^2\alpha + g_2^2\sin^2\alpha - 2g_eg_2\sin^2\alpha + g_e^2\cos^2\alpha + g_2^2\cos^2\alpha + g^2 - 2g_eg_2\cos^2\alpha - 2g_eg\cos\alpha + 2g_2g\cos\alpha = g_1^2 + g_e^2 + g_2^2 + g^2 - 2g_eg_2 - 2g_eg\cos\alpha + 2g_2g\cos\alpha$.

С учетом того, что $g = \frac{\gamma M}{r^2} = \frac{dV}{dt}\frac{dr}{dr}$ или $\frac{\gamma M}{r^2} = -V\frac{dV}{dr}$, $-VdV = \gamma M\frac{dr}{r^2}$

получим

$-V^2 / 2 = -\gamma M \int 1/r$, $V^2 = 2\gamma M / r - 2\gamma M / r_0$,

где r_0 – начальное расстояние падающего тела от центра Земли.

Подставим значение квадрата скорости V^2 движения тела в выражение $g_1^2 = 4\omega^2 V^2 \cos^2\alpha$ и найдем

$$g_r^2 = 4\omega^2\cos^2\alpha \left(\frac{2\gamma M}{r} - \frac{2\gamma M}{r_0}\right) + g^2 + \omega^4 r^2\cos^2\alpha + 4\omega^4 r^2\cos^2\alpha - 2\omega^2 r\cos\alpha$$

$$2\omega^2 r\cos\alpha - 2\omega^2 r\cos^2\alpha \frac{\gamma M}{r^2} + 4\omega^2 r\cos^2\alpha \frac{\gamma M}{r^2} = g^2 + g_e^2 + 2\omega^2 r\cos\alpha$$

$$\frac{\gamma M}{r^2}\cos\alpha +$$

$$8\left(\frac{\gamma M\omega^2\cos^2\alpha}{r} - \frac{\gamma M\omega^2\cos^2\alpha}{r_0}\right) = \left(\bar{g} + \bar{g}_e\right)^2 + 8(\bar{g}\bar{g}_e - \bar{g}_0\bar{g}_{e0}),$$

Тогда относительное ускорение единичной пробной массы определяется по формуле

$$g_r = \sqrt{\left(\bar{g} + \bar{g}_e\right)^2 + 8\left(\bar{g}\cdot\bar{g}_e - \bar{g}_0\cdot\bar{g}_{eo}\right)}, \quad (7)$$

где $\bar{g}, \bar{g}_e$ – векторы абсолютного и переносного ускорений падающего тела на том месте, где вычисляется относительное ускорение свободного падения тела; $\bar{g}_0, \bar{g}_{eo}$ – векторы абсолютного и переносного ускорений падающего тела вначале падения.

Таким образом, ускорение свободного падения тела из состояния абсолютного покоя в системе координат, участвующей в суточном вращении Земли вокруг своей оси, больше векторной суммы его абсолютного и переносного ускорений и зависит также от начальных значений этих ускорений.

Поскольку напряженность гравитационного поля Земли в инерциальной системе отсчета определяется силой притяжения к Земле единичной массы, покоящейся в данной точке поля, то относительная
напряженность гравитационного поля Земли в системе координат, участвующей в суточном вращении Земли, численно равна векторной сумме абсолютного и переносного ускорений пробной массы.

Обычно определяют относительное ускорение свободного падения тела из состояния относительного покоя в системе координат, участвующей в суточном вращении Земли, как векторную разность абсолютного и переносного ускорений этого тела без учета его кориолисового ускорения, т.е. относительное ускорение пробного тела считается равным нулю, а его абсолютное и переносное ускорения совпадают. Для этого на пробное тело должна действовать поверхностная сила реакции Земли наряду с силой притяжения.

При изучении гравитационного поля Земли установлено, что на свободное тело в инерциальной системе отсчета кроме силы притяжения Земли не действует никакая поверхностная сила, т.е. оно движется ускоренно в сторону Земли. Согласно закону всемирного тяготения скорость свободного падения тела в инерциальной системе координат не влияет на его ускорение. Однако в не инерциальной системе отсчета абсолютно покоящееся тело имеет относительную и переносную скорости. Поэтому относительная напряженность гравитационного поля Земли определена нами с учетом кориолисового ускорения пробной массы, в процессе которого выявлено, что на относительную напряженность гравитационного поля Земли влияют абсолютное и переносное ускорения свободного падения пробного тела в том месте, где определяется напряженность поля.

В случае свободного падения единичной массы из состояния относительного покоя напряженность гравитационного поля Земли в инерциальной системе отсчета не изменится, так как она не зависит от скорости движения пробной массы, а в не инерциальной системе координат, участвующей в суточном вращении Земли, алгоритм вычисления напряженности гравитационного поля Земли вне ее поверхности известен [3].

Итак, на основании изложенного можно сделать следующие выводы:

1. Относительная напряженность гравитационного поля Земли вне ее поверхности как ускорение свободного падения единичной массы из состояния абсолютного покоя в системе координат, участвующей в суточном вращении Земли, равна геометрической сумме векторов ее абсолютного и переносного ускорений в данной точке поля.
2. Необходимо различать напряженность гравитационного поля Земли в инерциальной и не инерциальной системах отсчета и в зависимости от начальных условий события.
3. Результаты исследования могут быть использованы в теории инерциальной навигации летательных аппаратов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Савельев И.В.* Курс общей физики. М., 2004. Ч. 1. 236 с.
2. *Закатов П.С.* Курс высшей геодезии. М.: Недра, 1976. 511 с.
3. *Кожамуратов Х.К.* Изменение гравитационного поля Земли в неинерциальной системе координат // Доклады Национальной академии наук Республики Казахстан. 2002. № 5. С. 36-39.