

А. Г. ТАНИРБЕРГЕНОВ

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВЯЗКОСТИ ПОДСОЛЕВОГО СЛОЯ НА РОСТ СОЛЯНЫХ КУПОЛОВ

В земной коре распространены солянокупольные геологические структуры. Возникновение этих структур геологи связывают с действием гравитационных сил, когда первоначально пластообразно залежавшие более легкие соляные породы, поднимаясь, внедрялись в вышележащую толщу осадочных горных пород в виде соляных куполов (гравитационная неустойчивость) [1]. В природных условиях соль – твердое кристаллическое тело, под длительной постоянной нагрузкой она ведет себя как очень вязкая несжимаемая жидкость и деформируется без разрушения. Для исследования движения соляного купола обычно используется модель неоднородной сильновязкой несжимаемой жидкости. Процесс возникновения и роста соляного купола условно можно разделить на две стадии – линейную и нелинейную. На линейной стадии изучаются небольшие деформации соли; эта стадия достаточно подробно изучена рядом авторов аналитическими методами [2]. Для исследования нелинейной стадии – стадии развитого соляного купола используются только численные методы. Предшествующие работы, посвященные численному анализу нелинейной стадии развития соляного купола, ограничены изучением двухслойной среды: надсолевые породы – соль [5-7].

В этой статье в связи с ростом мощности персональных компьютеров рассматривается трехслойная модель развития гравитационной неустойчивости, при этом численно исследуются закономерности роста соляных куполов в зависимости от вязкости подсолевого слоя.

Постановка задачи. Начально-краевая задача, описывающая движение неоднородной сильновязкой несжимаемой жидкости в поле силы тяжести, в плоской постановке формулируется следующим образом. В прямоугольной области Ω требуется определить вектор скорости $\vec{V} = (U, V)$, давление P , плотность ρ , динамическую вязкость μ в момент времени $t \in [0, T]$, удовлетворяющих системе уравнений:

$$A^* \left(2 \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \frac{\partial U}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \frac{\partial U}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \frac{\partial V}{\partial x} \right] \right) - \frac{\partial P}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

$$A^* \left(2 \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \frac{\partial V}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \frac{\partial V}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \frac{\partial U}{\partial y} \right] \right) - \frac{\partial P}{\partial y} - \rho = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + U \frac{\partial \rho}{\partial x} + V \frac{\partial \rho}{\partial y} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} + U \frac{\partial \mu}{\partial x} + V \frac{\partial \mu}{\partial y} = 0, \quad (5)$$

начальным и граничным условиям:

$$\rho(x, y, 0) = \rho_0(x, y), \quad 0 < \rho_2 \leq \rho_0(x, y) \leq \rho_1, \quad (6)$$

$$\mu(x, y, 0) = \mu_0(x, y), \quad 0 < \mu_2 \leq \mu_0(x, y) \leq \mu_1, \quad (7)$$

$$U|_{\partial\Omega[0, T]} = V|_{\partial\Omega[0, T]} = 0. \quad (8)$$

Система уравнений (1)–(5), начальные и граничные условия (6)–(8) записаны в безразмерном виде. Здесь U , V – соответственно горизонтальная и вертикальная составляющие скорости. Система уравнений (1)–(3) описывает движение неоднородной сильновязкой несжимаемой жидкости в поле силы тяжести, т.е. течение Стокса, а уравнения (4), (5) учитывают сохранение плотности и вязкости в любой момент времени. Коэффициент A равен отношению числа Фруда к числу Рейнольдса: $A = \nu_* \cdot U_* / (l_*^2 \cdot g)$. Здесь g – ускорение свободного падения, ν_* , U_* , l_* – характерные параметры среды, соответственно кинематическая

вязкость, скорость и линейный размер области. В задачах гравитационной неустойчивости отсутствует характерный масштаб скорости, поэтому в качестве последнего в статье принимается вязкая скорость $U_* = g^{\frac{1+n}{2}} L_*^{\frac{1+3n}{2}} \nu_*^{-n}$, где n – произвольное число. Выбрав n определенным образом, получим необходимый масштаб скорости.

Численный метод решения. Для численного решения систем уравнений (1) –(3) используется итерационный процесс, основанный на схеме расщепления по физическим процессам [3]. Пусть исследуемая область течения Ω покрыта равномерной по x и y сеткой ячеек:

$$\Omega = \begin{cases} x_{i+\frac{1}{2}} = i * h_x, & h_x > 0, i = 0, 1, \dots, M, \\ y_{j+\frac{1}{2}} = j * h_y, & h_y > 0, j = 0, 1, \dots, N, \end{cases}$$

где h_x, h_y – размеры шагов сетки; M, N – число ячеек сетки соответственно в направлениях x и y .

На первом этапе схемы расщепления по неявной схеме рассчитывается предварительное значение вектора скорости:

$$\frac{U^{n+\frac{1}{2}} - U^n}{\omega} = A \cdot \left[2 \cdot \left(\mu^m U_x^{n+\frac{1}{2}} \right)_x + \left(\mu^m U_y^{n+\frac{1}{2}} \right)_y + \left(\mu^m V_x^{n+\frac{1}{2}} \right)_y \right] - P_x^n, \quad (9)$$

$$\frac{V^{n+\frac{1}{2}} - V^n}{\omega} = A \cdot \left[2 \cdot \left(\mu^m V_y^{n+\frac{1}{2}} \right)_y + \left(\mu^m V_x^{n+\frac{1}{2}} \right)_x + \left(\mu^m U_y^{n+\frac{1}{2}} \right)_x \right] - P_y^n. \quad (10)$$

Уравнение (9) рассматривается в точках сетки $(i + \frac{1}{2}, j)$, а уравнение (10) – в точках $(i, j + \frac{1}{2})$. В уравнениях верхний индекс m обозначает временной слой, а n – номер итераций.

На втором этапе, где вычисляются значения $\vec{V}^{n+1} = (U^{n+1}, V^{n+1})$ по приведенным ниже формулам, вводится функция тока φ .

$$\frac{U^{n+1} - U^{n+\frac{1}{2}}}{\omega} = -(P_x^{n+1} - P_x^n), \quad (11)$$

$$\frac{V^{n+1} - V^{n+\frac{1}{2}}}{\omega} = -(P_y^{n+1} - P_y^n). \quad (12)$$

Уравнения (11) и (12) рассматриваются соответственно в тех же точках, что и (9) и (10). Для функции тока φ справедливы соотношения:

$$U_{i+\frac{1}{2},j}^{n+1} = \frac{\varphi_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n+1} - \varphi_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}^{n+1}}{h_y}, \quad (13)$$

$$V_{i,j+\frac{1}{2}}^{n+1} = -\frac{\varphi_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n+1} - \varphi_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n+1}}{h_x}. \quad (14)$$

Дифференцируя (11) по y , (12) по x и вычитая из (11) уравнение (12), получаем с учетом (13), (14)

$$\begin{aligned} & \frac{\varphi_{i+\frac{1}{2},j+\frac{3}{2}}^{n+1} - 2\varphi_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n+1} + \varphi_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}^{n+1}}{h_y^2} + \frac{\varphi_{i+\frac{3}{2},j+\frac{1}{2}}^{n+1} - 2\varphi_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n+1} + \varphi_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n+1}}{h_x^2} = \\ & = \frac{U_{i+\frac{1}{2},j+1}^{n+\frac{1}{2}} - U_{i+\frac{1}{2},j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_y} - \frac{V_{i+1,j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - V_{i,j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}}{h_x}. \end{aligned} \quad (15)$$

Для численного решения (4) и (5) используется консервативная схема разности против потока, при этом шаг по времени τ выбирается с учетом устойчивости и монотонности схемы [4]:

$$\tau \leq \frac{h_x h_y}{h_x \max_{\Omega} |U^{n+1}| + h_y \max_{\Omega} |V^{n+1}|}. \quad (16)$$

Итак, численный алгоритм для решения задачи (1)–(8) реализуется следующим образом. Пусть на n -м временном шаге неизвестные μ^n, ρ^n определены по явной схеме разности против потока с учетом условия (16) (при $n=0$ для μ^n, ρ^n это будут начальные данные). Тогда неизвестные U^n, V^n, p^n устанавливаются итерационным процессом в четыре этапа:

1. Разрешая (9), (10), определяем предварительные значения вектора скорости $U^{n+\frac{1}{2}}, V^{n+\frac{1}{2}}$.

2. Из (15) находится функция тока φ^{n+1} .

3. По формулам (13), (14) определяются значения U^{n+1}, V^{n+1} .

4. Из (11) или (12) явным образом вычисляется давление p^{n+1} .

Для решения уравнений (9), (10) и (15) используется метод верхней релаксации. Параметр ω выбирается с учетом быстрой сходимости итерационного процесса.

Пункты 1–4 повторяются до выполнения условия установления вектора скорости:

$$\max_{\Omega} \left(|U^{n+1} - U^n| + |V^{n+1} - V^n| \right) \leq \varepsilon \cdot \omega,$$

которое и означает, что определены на n -м временном шаге неизвестные U^n, V^n, p^n . Далее по явной схеме разности против потока вычисляются неизвестные ρ^{m+1}, μ^{m+1} на $(m+1)$ -шаге по времени. Для нахождения $U^{m+1}, V^{m+1}, P^{m+1}$ опять применяется итерационный процесс (пункты 1–4). Аналогично определяются все величины $U^s, V^s, P^s, \mu^s, \rho^s$ ($s = 0, 1, 2, \dots, L$) вплоть до необходимого t_L слоя по времени. Рассмотренный численный метод пригоден при любых распределениях вязкости и плотности, характерных для осадочного чехла в природных условиях.

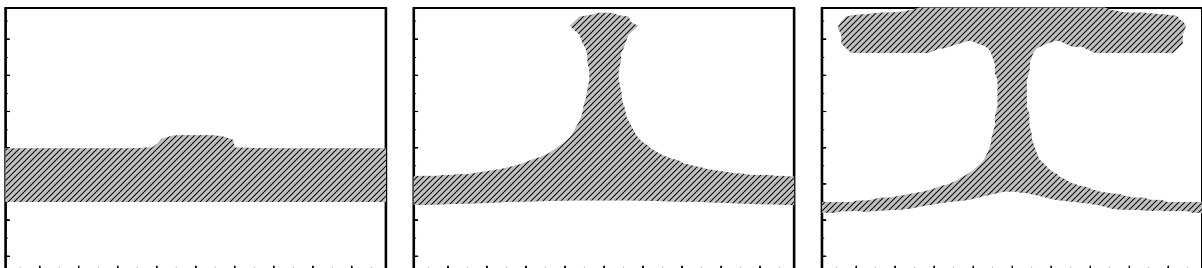
Анализ численных результатов. Для численного исследования механизма формирования соляного купола рассмотрена модель трехслойной среды в случае, когда менее плотный слой (соль) расположен между двумя более плотными слоями. В модели считается, что каждый слой однороден по плотности и вязкости и различные слои могут быть разной мощности, плотности и вязкости. Нумерация слоев принята сверху вниз. Параметры каждого слоя записываются с нижним индексом, обозначающим его номер, например μ_2, ρ_2, h_2 – соответственно вязкость,

плотность и мощность второго слоя, т. е. соли. Если в рассматриваемой модели границы раздела слоев ровные, то в области сколь угодно долго наблюдается неустойчивое равновесие. Это связано с тем, что горизонтальная составляющая градиента давления в области равна нулю. Для куполообразования необходимы неровности на границах раздела слоев. В численных расчетах эти неровности задаются в виде небольшого вздутия на границе между надсолевыми породами и солью.

На рис. 1—3 показана эволюция границы раздела слоев в процессе гравитационной неустойчивости для трех вариантов расчета, отличающихся друг от друга лишь значением вязкости подсолевого слоя при остальных одинаковых параметрах:

$$\mu_1=2,6 \cdot 10^{17} \text{ кД/(м}\cdot\text{с)}, \quad \rho_1=2,6 \cdot 10^3 \text{ кД/м}^3, \quad h_1=7000 \text{ м}, \quad \mu_2=2,2 \cdot 10^{17} \text{ кД/(м}\cdot\text{с)}, \quad \rho_2=2,2 \cdot 10^3 \text{ кД/м}^3, \\ h_2=3000 \text{ м}, \quad \rho_3=2,6 \cdot 10^3 \text{ кД/м}^3, \quad h_3=3000 \text{ м}.$$

Горизонтальные и вертикальные размеры области и время развития гравитационной неустойчивости приведены на рисунках в безразмерном виде. В первом варианте расчета (см. рис. 1) вязкость подсолевого слоя равна вязкости соли $[\mu_3=2,2 \cdot 10^{17} \text{ кД/(м}\cdot\text{с)}]$, во втором (см. рис. 2) вязкость подсолевого слоя в 100 раз больше вязкости соли $[\mu_3=2,2 \cdot 10^{19} \text{ кД/(м}\cdot\text{с)}]$ и, наконец, в третьем варианте (см. рис. 3) вязкость подсолевого слоя в 1000 раз больше вязкости соли $[\mu_3=2,2 \cdot 10^{20} \text{ кД/(м}\cdot\text{с)}]$.



а б в

Рис. 1. Эволюция границы раздела слоев: $a - t = 0,0$; $b - t = 0,9$; $v - t = 1,6$

а б в

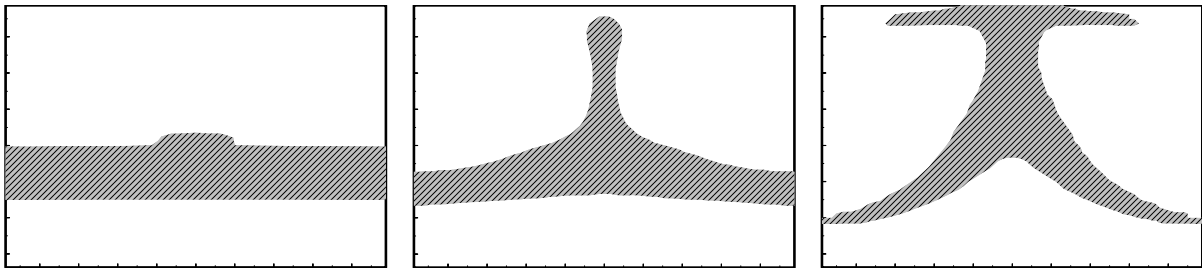


Рис. 2. Эволюция границы раздела слоев: $a - t = 0,0$; $b - t = 0,9$; $v - t = 1,3$

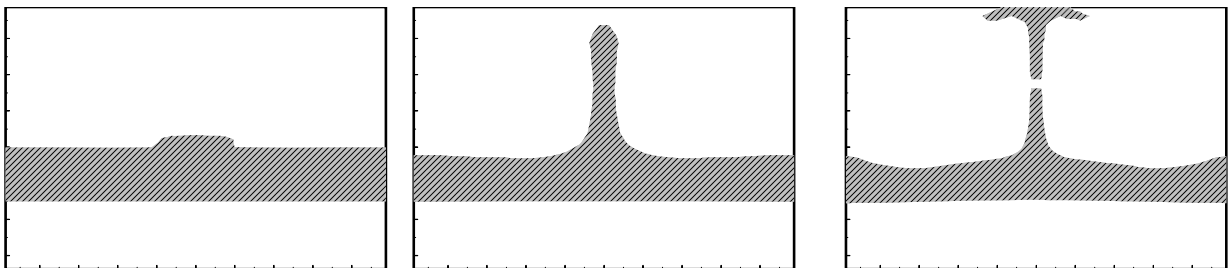


Рис. 3. Эволюция границы раздела слоев: $a - t = 0,0$; $b - t = 0,9$; $v - t = 1,6$

Из сравнения рисунков можно отметить, что с увеличением вязкости подсолевого слоя время развития гравитационной неустойчивости замедляется, изменяются форма и размер соляного купола. Если в первом варианте расчета (см. рис. 1, в) почти весь соляной массив перетекает вверх через первичный купол, то в третьем варианте только незначительная часть перетекает через первичный купол. Остальная часть, как показали расчеты, перетекает через вторичные купола, образующиеся на краю прогибов (см. рис. 3, в) в процессе оттока соли в первичный купол. Следует также заметить, что подсолевое вздутие (см. рис. 2, в) отличается

до тех пор, пока отношение $\mu_3 / \mu_2 < 1000$. При $\mu_3 / \mu_2 > 1000$ подсолевое вздутие не наблюдается, т.е. процесс развития неустойчивости происходит так же, как и для двухслойной модели. Заметим, что оценка величины объема вздутия может быть полезна при исследовании подсолевых нефтегазовых ловушек.

Таким образом, вязкость подсолевого слоя существенно влияет как на процесс формирования, так и на форму соляных структур в земной коре.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Косыгин Ю.А.* Основы тектоники нефтеносных областей. М.: Гостоптехиздат, 1952. 511с.
2. *Рамберг Х.* Сила тяжести и деформаций в земной коре / Пер. с англ. М.: Недра, 198. 400 с.
3. *Белоцерковский О.М.* Численное моделирование в механике сплошных сред. М.: Наука, 1984, 520с.
4. *Роуч Х.* Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980. 616 с.
5. *Woid W.D., Neugebauer H.J.* Finite element models of density instabilities by means of bicubic spline interpolation // Phys. Earth Planet. Inter. 1980. V. 21. P. 176-180.
6. *Zaleski S., Julien P.* Numerical simulation of Rayleigh-Taylor instability for single and multiple salt diapirs // Tectonophysics. 1992. V. 206. p. 55-69.
7. *Орунханов М.К., Танирбергенов А.Г.* Численное моделирование процесса формирования нефтяных соляных куполов // Нефть и газ. 2000. №2. С. 25-37.