Выводы:

Во многих работах рассматривается случаи, когда продолжительность работ является фиксированной или меняется в определенных пределах, в зависимости от используемых ресурсов. Однако, в реальной жизни часто встречаются задачи определения критического пути, когда продолжительность выполняемых работ является случайной величиной с некоторой функцией распределения. Такими распределениями могут быть биномиальный, нормальный, экспоненциальный законы и т.д.

В данной работе рассмотрена методика оценки критического пути и построения для него доверительного интервала, когда комплекс работ задан в виде сетевого графа, и приведен конкретный пример.

ЛИТЕРАТУРА

1. Акулиничев и др. Математические методы в эксплуатации ж/д. М., Транспорт, 1971, 208 с.
2. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах. М., Высшая школа, 1974, 319 с.
3. Бикел П., Доксам К. Математическая статистика /Пер. с англ., вып.1. М., Финансы и статистика, 1983, 278 с.
4. Ташев А.А., Каракулов А.К. Математическое программирование. Алматы, Бастау, 2001, 198 с.
5. Прицкер А. Введение в имитационное моделирование и язык СЛАМ II /Пер. с англ. М., Мир, 1987, 646 с.

УДК 519.876.5

Укубасова Галия Сагандыковна - к.э.н., доцент, докторант программы Ph.D (Алматы, КазЭУ)

МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ КОМПЬЮТЕРНЫХ СЕТЕЙ

Со структурной единицей и формой выражения информации тесно связано понятие кода. В социально-технических системах код представляет собой значение знака или слова естественного языка, выраженное в символах какого-либо искусственного языка. Символы выбираются и строятся с таким расчетом, чтобы их можно было легко преобразовать в сигналы, воспринимаемые и компьютером и человеком.

Важным понятием в компьютерной сети является поток информации – направленное движение информации от источника к получателю. Направление потока задается, как правило, адресами источника и получателя информации. Содержание потока – перечень структурных единиц информации. Объем потока определяется количеством структурных единиц, обычно с указанием их максимальной длины. Режим потока определяется периодом времени между сообщениями.

Для анализа компьютерных сетей воспользуемся теоремой Джексона (Jackson J.R.) [1]. Эта теорема основана на трех принципах:

1. Сеть очередей состоит из N узлов, каждый из которых представляет независимое обслуживание с экспоненциально распределенным временем.
2. Запросы поступают в систему снаружи на любой из узлов с частотой, распределенной по Пуассону.

3. После обслуживания на узле запрос немедленно с некоторой фиксированной вероятностью поступает на другой узел или покидает систему.

Каждый узел может анализироваться отдельно от остальных при помощи схем M/M/1 и M/M/N, а результаты могут комбинироваться использованием обычных статистических методов. Средние значения времени задержки на узлах можно складывать.

Теоремы Джексона можно использовать в сетях с коммутацией пакетов. Каждый пакет представляет собой индивидуальный запрос. Обслуживание на каждом узле заключается в передаче пакета, а время обслуживания пропорционально длине пакета.

Дисциплина обслуживания с абсолютным приоритетом находит широкое применение в существующих и разрабатываемых системах и комплексах [2-5].

В работе [3] выведены инженерные формулы для определения характеристик обслуживания потока запросов различных приоритетов для многоканальной системы. Рассмотрим функционирования одноканальной одноузловой и многоузловой компьютерной сети с ограниченной очередью и абсолютным приоритетом. Интенсивность входящей нагрузки первого и второго приоритетов соответственно равны p_1 и p_2. Поток с номером 1 имеет абсолютный приоритет перед потоком с номером 2.

Используя [3] для одноканальной одноузловой компьютерной сети с ограниченной очередью и абсолютным приоритетом получены следующие зависимости, характеризующие функционирование сети:

Вероятность отказа для запросов первого приоритета из-за ограничений очереди в обслуживании:

$$P_{01} = p_1^{k+1}\left[1 + p_1\left(1 + \sum_{i=1}^{k} p_1^i\right)\right]^{-1}, \tag{1}$$

где p_1 - нагрузка первого приоритета; k - количество мест ожиданий:

Вероятность отказа в обслуживании для запросов второго приоритета равна вероятности того, что в очереди уже стоит k запросов первого и/или второго приоритетов:

$$P_{02} = (p_1 + p_2)^{k+1}\left[1 + (p_1 + p_2)\left(1 + \sum_{i=1}^{k} (p_1 + p_2)^i\right)\right]^{-1}, \tag{2}$$

где p_2 - нагрузка второго приоритета.

Среднее число запросов первого приоритета, стоящих в очереди:

$$\overline{R}_1 = \sum_{i=1}^{k} iP_{01} \tag{3}$$

Среднее число стоящих в очереди запросов первого и второго приоритетов определяется по формуле:

$$\overline{R}_{1+2} = \sum_{i=1}^{k} iP_{02} \tag{4}$$

Среднее число запросов второго приоритета, стоящих в очереди, можно определить как разность между средним числом требований первого и второго приоритетов и средним числом запросов первого приоритета:

$$\overline{R}_2 = \overline{R}_{1+2} - \overline{R}_1 \tag{5}$$

Среднее время ожидания обслуживания в очереди для запросов первого приоритета:

$$\overline{\tau}_1 = \frac{\overline{R}_1}{p_1} \tag{6}$$

Среднее время ожидания обслуживания в очереди для запросов второго приоритета:

$$\overline{\tau}_2 = \frac{\overline{R}_2}{p_2} \tag{7}$$

Вероятность вытеснения требований второго приоритета:

$$P_{02} = \frac{p_1(P_{02} - P_{01})}{p_2} \tag{8}$$

После получения выражения для расчета вероятности отказа для запросов первого и второго приоритетов с ограниченной очередью в обслуживании и выражения для определения среднего числа запросов первого и второго приоритетов, среднее время ожидания в очереди для запросов первого и второго приоритетов, вероятности вытеснения запросов второго приоритета, разработан алгоритм вычисления вероятности отказов в обслуживании для запросов первого и второго приоритетов. Расчет выполнен с помощью программы Excel 2007, также составлена программа на языке Turbo Pascal.

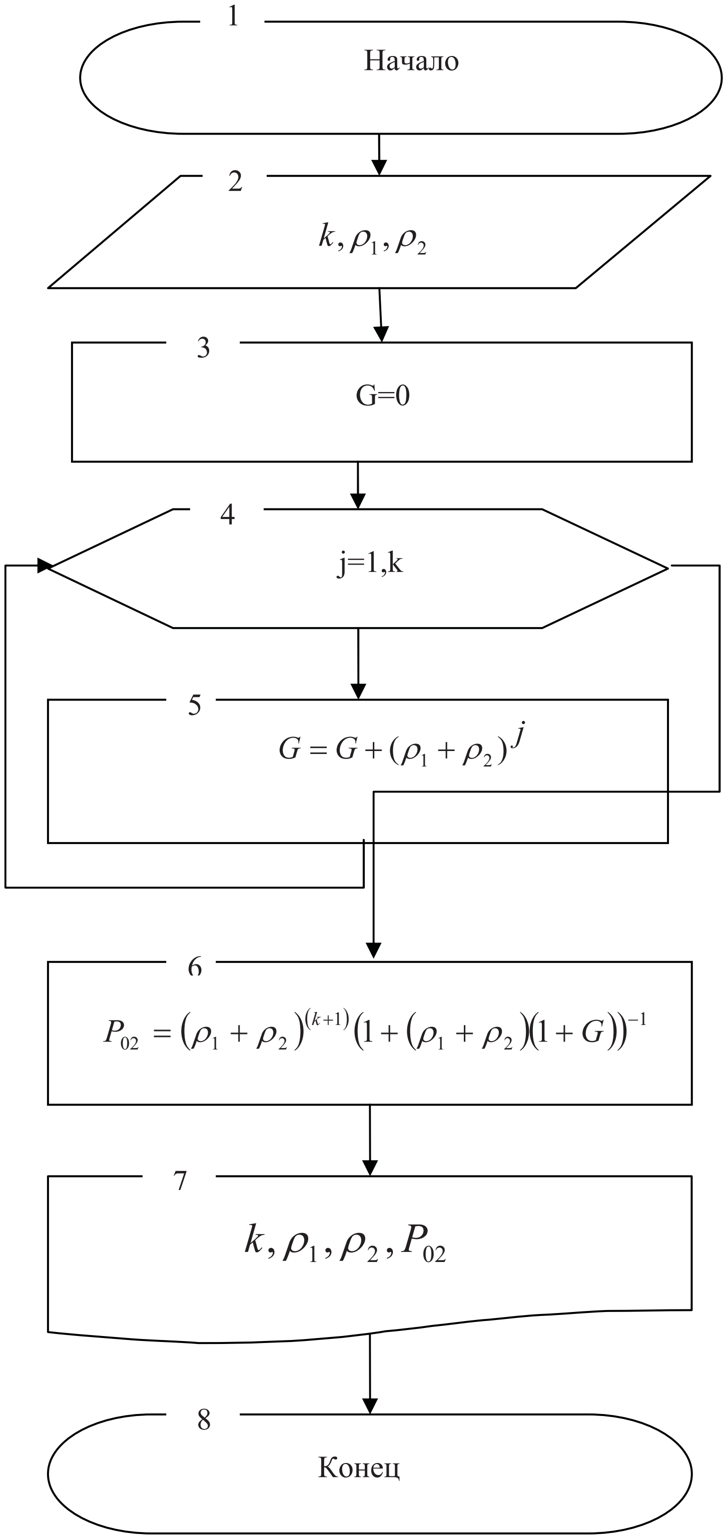

Рисунок 1 - Алгоритм вычисления вероятности отказов в обслуживания для запросов первого и/или второго приоритетов

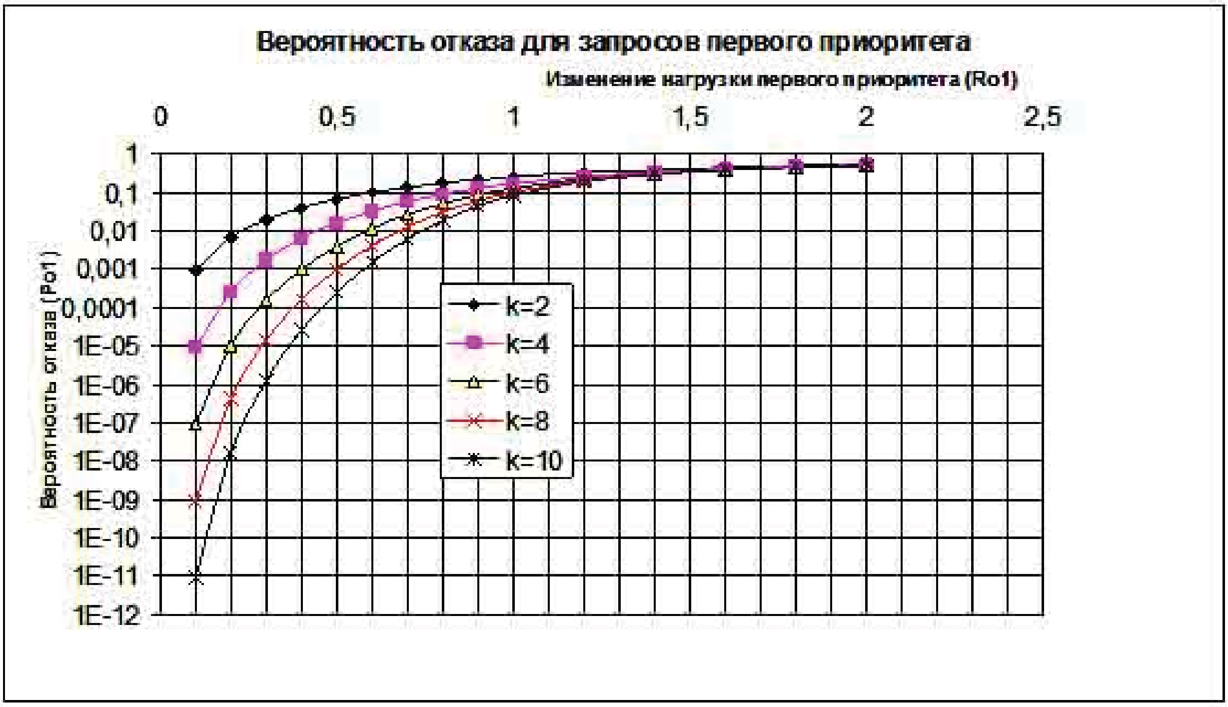

Рисунок 2 - Зависимость вероятности отказов в обслуживании для запросов первого приоритета от нагрузок первого приоритета (p_1) для определенных значений нагрузок второго приоритета (p_2)

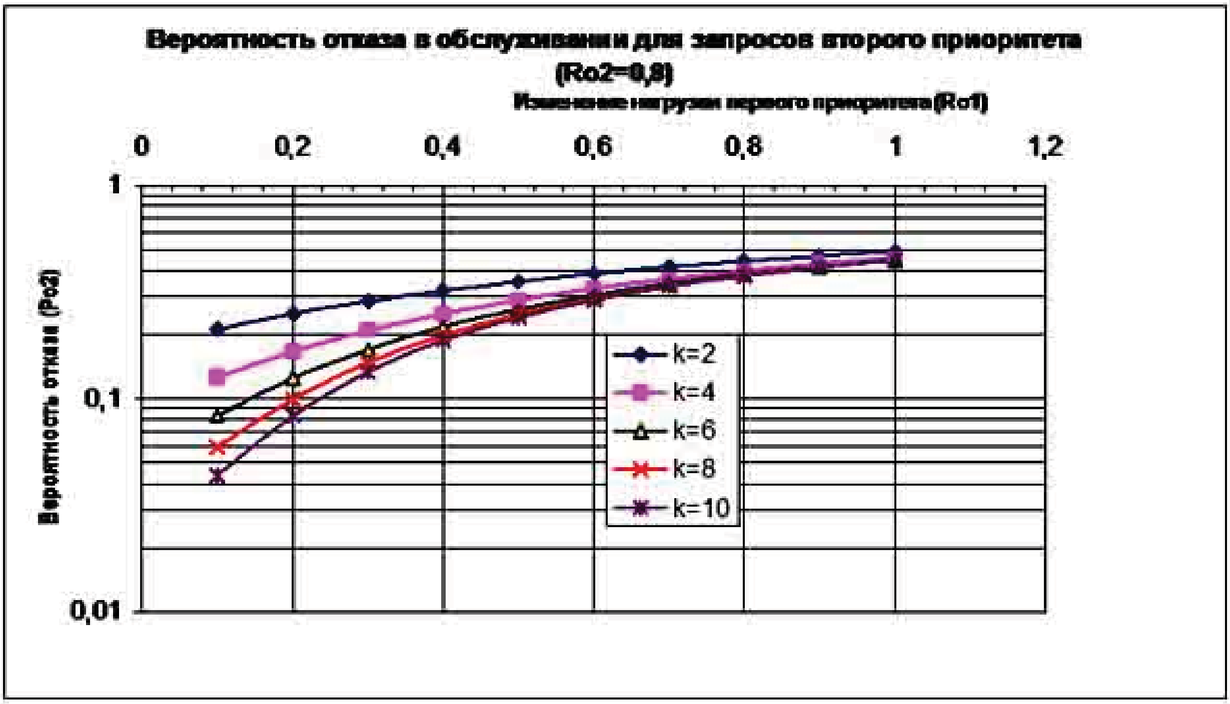

Рисунок 3 - Зависимость вероятности отказов в обслуживании для запросов второго приоритета от нагрузок первого приоритета (p_1) для определенного значения нагрузки второго приоритета (p_2 =0,8)

На рисунке 2 приведены зависимости вероятности отказов в обслуживании для запросов первого приоритета (P_{01}) при различном количестве мест ожиданий (k).

На рисунке 3 приведены результаты расчетов вероятности отказов в обслуживании для запросов второго приоритета (P_{02}) при различном количестве мест ожиданий (k) и нагрузок второго приоритета (p_2 =0,8).

Из рисунка 2 видно, что в одноканальной одноприоритетной сети влияние повышение количество мест ожиданий (k) на вероятность отказов ощутимы в низких значениях нагрузки (p_1) и при p_1 >0,8 становиться незначительными. Например, при нагрузке p_1 =0,4 и k=2 вероятность отказа P_{01} =0,05, а при p_1 =0,4 и k=6 вероятность отказа P_{01} =0,00001. При нагрузке p_1 =0,8, при k=2 вероятность отказа P_{01} =0,1, при k=6 вероятность отказа P_{01} =0,03.

Из рис.3. видно, что в одноканальной сети при двухприоритетном обслуживании для обеспечение необходимой вероятности отказов нагрузку второго приоритета (p_2) с увеличением p_2 надо уменьшить нагрузку первого приоритета (p_1). Например, при p_2 =0,8; p_1 =0,2 и k=10 вероятность отказа второго приоритета P_{02} =0,08. В одноканальной сети, при общей нагрузки первого и второго приоритета ($p_1 + p_2$)>1, путем увеличения количества мест ожиданий (k) невозможно обеспечить необходимой вероятности отказов, поэтому появляется необходимость создание многоканальной сети.

Переходим на получение математической модели многоузловой сети. Для получения математической модели многоузловой сети можно использовать положение теории вероятности и математической статистики. Согласно которого последовательность $A_1, A_2, A_3, ...$ случайных событий называется монотонно возрастающей (неубывающей) или монотонно уменьшающий (невозрастающий), если $A_1 \in A_{i+1}$ для каждого $n = 1,2,3,...$

Объединение всех событий такой последовательности будем записывать как [5]:

$$\sum_{i=1}^{\infty} A_i = \lim_{i \to \infty} A_1 \quad \text{или} \quad \mathop{\Pi}_{i=1}^{\infty} A_1 = \lim_{i \to \infty} A_i \tag{9}$$

Так как в многоузловых сетях с ограниченной очередью и абсолютным приоритетом, вероятность отказа с увеличением количество используемых узлов коммутации увеличивается, с учетом (9) из выражений (1) и (2) для одноприоритетных и двухприоритетных обслуживаниях можно получить математические модели для расчета вероятности отказов в одноканальных и многоузловых компьютерных сетях. Если считать вероятности отказов узлов одинаковыми математическая модель вероятности отказов в одноканальных многоузловых компьютерных сетях для запросов первого приоритета из-за ограниченной очереди в обслуживании будет иметь следующий вид:

$$P_{m1} = \sum_{j=1}^{N} p_{1j} k_j + 1 \left[1 + p_{1j} \left(1 + \sum_{i=1}^{k_j} p_{1j}{}^{i} \right) \right]^{-1}, \tag{10}$$

где N - количество узлов сети; p_{1j} - нагрузка первого приоритета j-го узла сети; k_j - количество мест ожиданий j-го узла сети.

Если считать вероятности отказов узлов одинаковыми математическая модель вероятности отказов в одноканальных многоузловых компьютерных сетях для запросов второго приоритета из-за ограниченной очереди в обслуживании будет иметь следующий вид:

$$P_{m1} = \sum_{j=1}^{N} (p_{1j} + p_{2j})^{k_{j+1}} \left[1 + (p_{1j} + p_{2j})(1 + \sum_{i=1}^{k_j} (p_{1j} + p_{2j})^{j} \right]^{-1} \tag{11}$$

При проектировании конкретной сети связи необходимо учитывать реальной вероятности отказов проектируемых узлов сети.

Анализ результатов, полученных по выражению (10) показывает, что в одноканальных многоузловых сетях для обеспечения необходимой вероятности отказа в обслуживании для запросов первого приоритета, с увеличением количества узлов необходимо увеличить количество мест ожиданий. Например, для обеспечения вероятности отказа нагрузки первого приоритета $P_{m1=}$ 0,0001 для нагрузки первого приоритета p_1= 0,8 при количество узлов N=2 требуемое количество мест ожиданий k=24, при N=3 требуемое количество мест ожиданий k =26, при N=4 требуемое количество мест ожиданий k=28.

Анализ результатов, полученных по выражению (11) показывает, что в одноканальных многоузловых сетях при двухприоритетных обслуживаниях, для обеспечения необходимой вероятности отказа в обслуживании запросов второго приоритета (P_{m2}) появляется необходимость создания многоканальной многоузловой сети. Например, в одноканальной двухузловой сети (N=2) при p_1=0,8 , p_2=0,3 и k=30 вероятности отказа в обслуживании запросов второго приоритета P_{m2}=0,191. При N=3, p_1=0,8, p_2=0,3 и k=30 вероятности отказа в обслуживании запросов второго приоритета P_{m2}=0,286.

Выводы:

1. В одноканальной одноприоритетной сети влияние повышение количество мест ожиданий (k) на вероятность отказов ощутимы в низких значениях нагрузки (p_1) и при p_1>0,8 становиться незначительными. Например, при нагрузке p_1=0,4 и k=2 вероятность отказа P_{01}=0,05, а при p_1=0,4 и k=6 вероятность отказа P_{01}=0,00001. При нагрузке p_1=0,8 и k=2 вероятность отказа P_{01}=0,1, а при p_1=0,8 и k=6 вероятность отказа P_{01} = 0,03.

2. В одноканальных многоузловых сетях, с увеличением количества узлов, для обеспечения необходимой вероятности отказа в обслуживании для запросов первого приоритета, необходимо увеличить количество мест ожиданий. Например, для обеспечения вероятности отказа нагрузки первого приоритета $P_{m1=}$ 0,0001 для нагрузки первого приоритета p_1= 0,8 при количество узлов N=2 требуемое количество мест ожиданий k=24, при N=3 требуемое количество мест ожиданий k =26, при N=4 требуемое количество мест ожиданий k=28.

3. В одноканальных многоузловых сетях при двухприоритетных обслуживаниях, для обеспечения необходимой вероятности отказа в обслуживании запросов второго приоритета (P_{m2}) появляются необходимость создание многоканальной многоузловой сети. Например, в одноканальной двухузловой сети (N=2) при p_1=0,8, p_2=0,3 и k=30 вероятности отказа в обслуживании запросов второго приоритета P_{m2}=0,191. При N=3, p_1=0,8, p_2=0,3 и k=30 вероятности отказа в обслуживании запросов второго приоритета P_{m2}=0,286.

ЛИТЕРАТУРА

1. Столлингс В. Современные компьютерные сети. СПб., Питер, 2003, 783 с.

2. Башарин Г.П., Бочаров П.П., Коган Я.А. Анализ очередей в вычислительных сетях: Теория и методы расчета. М., Наука, 1989, 336 с.

3. Булгаков Н.Н., Мирошников В.И., Шибанов В.С. Многоканальная система с ограниченной очередью и абсолютным приоритетом //Вопросы радиоэлектроники, сер. ТПС, 1974, вып. 5, с. 21-28.

4. Вишневский В.М. Теоретические основы проектирования компьютерных сетей. М., Техносфера, 2003, 512 с.

5. Мурадов П.Д., Гусейнов З.Н. Анализ компьютерных сетей. Баку, Элм, 2009, 160 с.