

**Выводы**

Такой контроль на ходу поезда может быть достаточно эффективным, поскольку выполняется цифровой видеозаписью, способной фиксировать дефекты не хуже человеческого глаза, но является более быстросействующей. При использовании такого способа контроля человек выводится из опасной зоны, а также обеспечивается статистический учет обнаруженных неисправностей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Галиев И.И. Визуально-оптический контроль колёсных пар. М., Вагоны и вагонное хозяйство, 2006, № 2, с .34-37.  
 2. Соколов М.М., Третьяков А.В., Морчиладзе И.Г. Контроль динамики железнодорожного подвижного состава. М, ИБС-Холдинг. 2007, 358 с.

УДК 529.011

Жайсан Иса Жақсылық – магистрант (Алматы, КазАТК)

**ВЛИЯНИЕ ПРОДОЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ДВИЖЕНИЯ ЦИСТЕРНЫ С ЖИДКОСТЬЮ**

Как известно, продольные колебания цистерн с жидкостью оказывают существенное влияние на их устойчивость в процессе движения.

Рассмотрим продольные колебания цистерны, аналогично поперечным колебаниям. Для этого введём инерционную систему координат, связанную с котлом  $O_1X_1Z_1$  и находящуюся в плоскости невозмущённой поверхности  $O_1X_1Z_1$  (рисунок 1). Движение жидкости относительно подвижной системы  $O_1X_1Z_1$  будет определяться функциями  $q_n(t)$ , а продольное движение системы «котёл-жидкость» координатой  $x(t)$ . Тогда гидродинамическая задача формулируется следующим образом, необходимо найти потенциал абсолютных скоростей  $\varphi_a(x, z, t)$  - частиц жидкости в котле цистерны, движущейся со скоростью  $\dot{x}$ . Так как исследуется поступательное движение цистерны, потенциал скоростей абсолютного движения будет иметь вид [1]:

$$\varphi_a = \varphi + \dot{X}(t)x_1, \tag{1}$$

где  $\dot{X}$  - скорость котла цистерны в продольном направлении.

Функция  $\varphi(x_1, z_1, t)$  удовлетворяет уравнению Лапласа

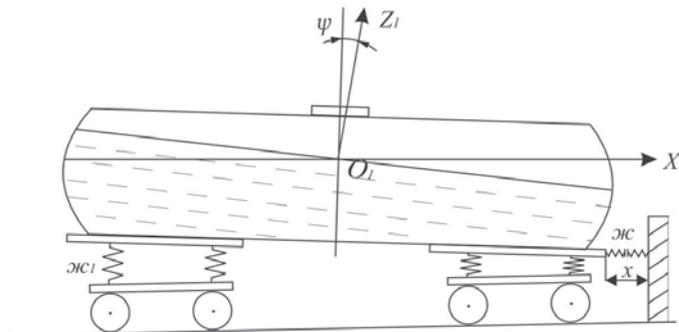


Рисунок 1. Расчётная схема цистерны

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z_1^2} = 0 \text{ и граничным условиям } \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + q \frac{\partial \varphi}{\partial z_1} = 0, \quad (2)$$

на свободной поверхности жидкости  $S$ .

Уравнение свободной поверхности запишется в виде

$$\zeta(x_1, t) = \sum q_n(t) \psi(x_1, 0); \quad (3)$$

тогда решение уравнения (7.21) будем искать в виде

$$\varphi(x_1, z_1, t) = \sum \frac{d}{\pi n} \dot{q}_n(t) \psi_n(x_1, z_1), \quad (4)$$

где  $q_n(t)$  - функция времени характеризующая движение жидкости;  $d$  - длина котла цистерны;  $\psi_n(x_1, z_1)$  - собственные функции при  $\dot{q}_n(t) = \cos \omega_n t$ , то есть при решении собственных колебаний жидкости эти функции определяются по формуле

$$\psi_n(x_1, z_1) = \frac{2}{\sqrt{d}} \sin \frac{\pi n}{d} x_1 \frac{ch \frac{\pi n}{d} (z_1 + R + h)}{ch \frac{\pi n}{d} (R\pi + h)}, \quad (5)$$

Собственные значения и собственные частоты жидкости определяются по формуле

$$\mu_n = \frac{\omega_n^2}{g} = \frac{\pi n}{d} th \frac{\pi n}{d} \left( \frac{\pi}{4} R + h \right), \quad (6)$$

Тогда разлагая  $x_1$  в ряд, получим  $x_1 = \sum a_{2n} \psi_{2n}$ ,

$$\text{где } a_{2n} = \int_S x_1 \psi_n(x, 0) dS = \frac{2}{\sqrt{d}} \int_{-d/2}^{d/2} x_1 \sin \frac{\pi n}{d} x dx = \frac{1(-1)^{n+1} 2d^{3/2}}{(2n-1)^2 \pi^2}, \quad (7)$$

$$\text{то есть } x_1 = \sum \frac{4d}{(2n-1)^2 \pi^2} \sin \frac{(2n-1)\pi}{d} x_1.$$

Учитывая приведённое разложение, потенциал скоростей абсолютного движения (1) можно записать в виде

$$\varphi_a(x_1, z_1, t) = - \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{2\sqrt{d}}{(2n-1)\pi} \dot{q}_{2n-1}(t) \frac{ch \frac{(2n-1)\pi}{d} (z_1 + R + h)}{ch \frac{(2n-1)\pi}{d} (R + h)} + a_{2n-1} \dot{X} \right] \sin \frac{(2n-1)\pi}{d} x_1, \quad (8)$$

где функция  $q_n(t)$  и  $X(t)$  находятся в результате решения динамической задачи, то есть путём интегрирования дифференциальных уравнений жидкости и цистерны.

Применяя методику, аналогичную той, по которой составлялись уравнения поперечных колебаний котла и жидкости, запишем уравнения движения жидкости и котла в момент соударения:

$$\begin{aligned}
 & m\ddot{x} + \gamma\rho \sum a_{2n-1}\ddot{q}_{2n-1} + F(x); \\
 & m_{2n-1}\ddot{q}_{2n-1} + \rho a_{2n-1}\ddot{X} + 2\varepsilon_{2n-1}m_{2n-1}\dot{q}_{2n-1} + \rho g q_{2n-1} = 0, \\
 & n = 1, 2, \dots, \infty,
 \end{aligned} \tag{9}$$

где  $m = m_1 + m_{жс}$ ;  $m_{жс}$  - масса жидкости;  $m_{2n-1} = \frac{\rho}{\mu_{2n-1}}$  - присоединённая масса, отнесённая к главному колебанию;  $a_{2n-1}$  - вычисляется по формуле (7);  $\mu_{2n-1}$  - вычисляется по формуле (6).

Систему (9) можно получить, используя уравнения Лагранжа второго рода. За обобщённые координаты берём  $x(t)$  и  $q_n(t)$ , тогда кинематическая энергия системы «котёл-жидкость» будет равна

$$T = \frac{1}{2}m_1\dot{X}^2 + \frac{\rho}{2} \int_{\tau} (\nabla\varphi_a)^2 d\tau,$$

где  $m_1$  - масса цистерны без жидкости.

Подставляя в это выражение значение потенциала скоростей абсолютного движения в уравнение (9) и произведя интегрирование, получим

$$T = \frac{1}{2}m_1\dot{X}^2 + \gamma\rho\dot{X} \sum_{n=1}^{\infty} \dot{q}_n a_n + \frac{1}{2}m_{жс}\gamma\dot{X}^2 + \frac{1}{2}\gamma \sum m_n \dot{q}_n^2.$$

Потенциальная энергия равна

$$\Pi = \frac{1}{2}жсX^2 + \frac{1}{2}\rho g \int_{\tau} \zeta^2 d\tau + \frac{1}{2}жс_1\psi(X);$$

подставляя в это выражение для  $\zeta$  в формуле (3) и произведя интегрирование получим

$$\Pi = \frac{1}{2}жсX^2 + \frac{1}{2}\gamma\rho g \sum g_n^2 + \frac{1}{2}жс_1\psi(X).$$

Функция рассеивания определяется по формуле [2]

$$\Phi = \frac{1}{2}\gamma \sum \varepsilon_n \dot{q}_n^2 + \varphi жс |x\dot{x}|$$

и, применяя уравнение Лагранжа

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_{2n-1}} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_{2n-1}} - \frac{\partial T}{\partial q_{2n-1}} &= - \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_{2n-1}}; \\
 \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{X}} + \frac{\partial \Pi}{\partial X} - \frac{\partial T}{\partial X} &= - \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{X}},
 \end{aligned}$$

получим уравнение (9), причём  $F(x)$  - характеристика поглощающего аппарата, определяемая по выражению [3]

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } |x| < \delta \\ жс_1 x [1 + \varphi \text{sign}(x\dot{x})], & \delta \leq x \leq \Delta. \\ f(x), & \text{если } |x| > \Delta \end{cases}$$

Подставляя  $m_{2n-1} = \frac{\rho}{\mu_n}$  в уравнение (9), получим:

$$\begin{aligned} M\ddot{X} + \gamma\rho \sum a_{2n-1}\mu_{2n-1}\ddot{q}_{2n-1} - F(X); \\ \ddot{q}_{2n-1} + a_{2n-1}\mu_{2n-1}\ddot{x} + 2\varepsilon_{2n-1}\dot{q}_{2n-1} + \omega_{2n-1}^2 q_{2n-1} = 0, \\ n = 1, 2, \dots, \infty, \end{aligned}$$

где  $\omega_{2n-1}^2 = g\mu_{2n-1}$

В этих уравнениях произведём замену переменных

$$q_{2n-1} = x_{2n-1}\mu_{2n-1}a_{2n-1}, \quad (10)$$

где  $x_{2n-1}$  - продольное смещение центра тяжести (2n-1)-й формы колебания жидкости, получим:

$$\begin{aligned} M\ddot{X} + \sum \tilde{m}_{2n-1}\ddot{x}_{2n-1} + F(X); \\ \ddot{x}_{2n-1} + \ddot{X} + 2\varepsilon_{2n-1}\dot{x}_{2n-1} + \omega_{2n-1}^2 x_{2n-1} = 0; \\ n = 1, 2, \dots, \infty; X(0) = 0; \dot{x}(0) = V_0; \\ x_{2n-1} = 0; \dot{x}_{2n-1} = 0, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $\tilde{m}_{2n-1} = \gamma\rho a_{2n-1}^2\mu_{2n-1}$  - масса (2n-1)-й формы колебания жидкости.

Функция  $\gamma$  учитывает изменение ширины свободной поверхности, причём

$$\gamma = \begin{cases} \frac{(\pi R^2 / 2 - h\sqrt{R^2 - h^2} - R^2 \arcsin h/2)d}{\rho a_{2n-1}^2 \mu_{2n-1}} n\pi u h > \pi R / 4; \\ 2\sqrt{R^2 - h^2} n\pi u - \pi R / 4 \leq h\pi R / 4, \end{cases}$$

то есть  $\tilde{m}_{2n-1} = \rho a_{2n-1}^2 \mu_{2n-1} \gamma$ .

Из этой формулы следует, что при  $h \longrightarrow R$   $m_{2n-1} \longrightarrow 0$ , то есть масса (2n-1) - колебания при уменьшении недолива стремится к нулю. Имея решение системы (11), можно определить продольное усилие в поглощающем аппарате, а также ускорение котла  $\ddot{X}(t)$  цистерны и жидкости  $\ddot{x}_{2n-1}$ , после чего можно определить давление жидкости в любой точке котла.

$$\begin{aligned} P_z(x_1, z_1, t) = -\rho \frac{\partial \varphi_a}{\partial t} = -\rho \sum \frac{2\sqrt{d}}{(2n-1)\pi} \ddot{q}_{2n-1} \frac{ch(2n-1)\pi / d(z+R+h)}{ch(2n-1)\pi / d(R+h)} - \\ - \frac{4d}{(2n-1)^2 \pi^2} \ddot{X} \sin(2n-1)\pi / dx_1, \end{aligned}$$

или, учитывая (7.29), получим

$$\begin{aligned} P_z = -\rho \sum \left[ a_{2m-1} \frac{2\sqrt{d}}{(2n-1)\pi} \mu_{2b-1} \ddot{x}_{2n-1} \frac{ch(2n-1)\pi / d(z_1+R+h)}{ch(2n-1)\pi / d(R+h)} - \frac{4d}{(2n-1)^2 \pi^2} \ddot{x} \right] \times \\ \times \sin(2n-1)\pi / dx_1 \end{aligned} \quad (12)$$

Чтобы определить давление жидкости на днище котла цистерны, необходимо рассмотреть  $P_2$  при  $x_1 = -d/2$  и  $x_1 = d/2$ , а чтобы определить полное давление внутри котла, следует учесть гидростатическое давление и давление внутри котла

$$P_n = P_2 - P_0 - \rho g z_1.$$

Результирующая сила гидродинамического давления жидкости на правое днище  $X_{21}$  и на левое днище  $X_{22}$ , будет равна [4]:

$$X_{21} = \rho \iint \left( \frac{\partial \varphi_a}{\partial t} \right)_{x=d/2} dS;$$

$$X_{22} = -\rho \iint \left( \frac{\partial \varphi_a}{\partial t} \right)_{x=d/2} dS.$$

Величина гидродинамической силы будет равна:

$$X_\Gamma = X_{\Gamma 1} + X_{\Gamma 2},$$

или

$$X_\Gamma^D = -2\rho \iint_S \left[ \sum \left( \frac{2\sqrt{d}}{(2n-1)\pi} a_{n-1} \ddot{x}_{2n-1} \mu_{2n-1} \frac{ch(2n-1)\pi/d(z_1+R+h)}{ch(2n-1)\pi/d(R+h)} + \frac{4d}{(2n-1)^2 \pi^2} \ddot{X} \right) \right] dS =$$

$$= -2\rho \sum \left[ \frac{2\sqrt{d} a_{2n-1} \mu_{2n-1} a_{2n-1}}{(2n-1)\pi ch(2n-1)\pi/d(R+h)} + \frac{4d}{(2n-1)^2 \pi^2} \left( \frac{\pi R^2}{2} + R^2 \operatorname{arcsinh} h/R + h\sqrt{R^2 - h^2} \right) \ddot{X} \right], \quad (13)$$

где

$$a_{2n-1} = \iint_S ch(2n-1)\pi/d(z_1+R+h) dS = 2 \int_{-(R+h)}^0 dz \int_0^{\sqrt{R^2-z^2}} ch(2n-1)\pi/d(z_1+R+h) dy =$$

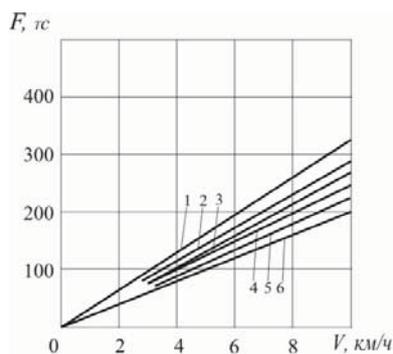
$$= 2 \int_{-(R+h)}^0 \sqrt{R^2-z^2} ch(2n-1)\pi/d(z_1+R+h) dz.$$

Для вычисления полной результирующей силы давления жидкости на днища при соударениях следует к гидродинамической силе прибавить гидростатическую [5]

$$X_n = X_\Gamma^D + X_\Gamma^{cm} = X_\Gamma^D + \iint_S (p_0 + \rho g z_1) dS. \quad (14)$$

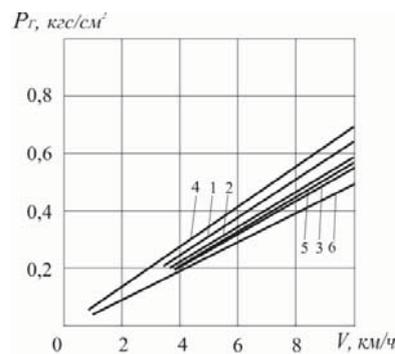
Систему (11) интегрировали на ЭВМ, предварительно вычислив все коэффициенты этой системы. Одновременно вычислялась гидродинамическая сила по формуле (13) и гидродинамическое давление жидкости на днище  $P_2$  по формуле (12). Точность решения оказалась вполне достаточной.

На рисунке 2, 3 представлены зависимости продольного усилия, давления и силы давления жидкости на днище цистерны от скорости соударения, величины недолива котлов цистерн различной осности.



1,2,3 - восьмиосная цистерна;  
4,5,6 - четырёхосная цистерна;  
1,4 - недолив жидкости 0,3 м; 2,5-0,6 м; 3,6- 0,9 м.

Рисунок 2. Зависимость продольного усилия от скорости соударения



1,2,3 - восьмиосная цистерна; 4,5,6 - четырёхосная цистерна; 1,4 -недолив жидкости 0,3 м; 2,5-0,6 м; 3,6- 0,9 м.

Рисунок 3. Зависимость гидродинамического давления от скорости соударения

### Выводы

Из анализа графиков видно, что продольное усилие и сила давления жидкости на днище котла с увеличением скорости соударения увеличиваются при одном и том же уровне заполнения жидкостью. При увеличении недолива при одной и той же скорости соударения давление жидкости несколько увеличивается. Из графиков можно сделать вывод, что влияние колеблющейся жидкости на максимальные величины продольного усилия и ускорения котла цистерны сказываются в меньшей степени, чем на силу давления жидкости на днище.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Черкашин Ю.М. Расчет поперечных колебаний жидкости и боковой качки цистерны при неполном наливе //Вестник ВНИИЖТ, 1970, №3, с. 5-10.
2. Bauer H.F. Theory of liquid sloshing in compartmented cylindrical tanks due to bending excitation /“AJAA Journal”, 1963, v.1, №7, p. 1590 – 1596.
3. Лазарян В.А., Длугач Л.А., Коротенко М.Л. Устойчивость движения рельсовых экипажей. Киев, Наукова думка, 1971, 196 с
4. Филатов А.Н. О динамическом действии жидкости на цистерну при произвольном ускорении /Труды Ин-та механики АН Уз. ССР, вып. 21. Ташкент, 1970, с. 107-111.
5. Гопак К.И., Перехлест В.И. Гидродинамический удар в железнодорожной цистерне /В кн. Гидродинамика и теория упругости, вып. 7. Днепропетровск, 1968, с.14-19.

УДК. 629. 4.077

Утюленов Улан Каирханович – ст. преподаватель (Алматы, КазАТК)

Касымова Акмаржан Касымбековна - ст. преподаватель (Алматы, КазАТК)

### ВОЗМОЖНОСТИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА СЦЕПЛЕНИЯ КОЛЕСА С РЕЛЬСАМИ ПРИ ТОРМОЖЕНИИ

При проведении тормозных расчётов сцепление колёс с рельсами при торможении характеризуется величиной расчётного коэффициента сцепления  $\psi_k$ , который является одним из исходных параметров при проектировании тормозов подвижного состава.