

итоге создан метод управления устойчивостью стенок сферической полости в массиве с технологической неоднородностью окружающих горных пород, учитываемой через формулы $E(r)$ и $K(r_0, r)$ с помощью полуаналитического метода восстановления функций через обобщенные полиномы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алимжанов М.Т. Устойчивость равновесия тел и задачи механики горных пород. Алматы: Наука, 1982, 272 с.
2. Баклашов И.В., Картозия Б.А. Механические процессы в породных массивах. М., Недра, 1986, 272 с.
3. Алимжанов А.М. НДС и устойчивость стенок скважины, обладающей кольматационным экраном // Вестник ТарГУ им.М.Х.Дулати. №4. 2006 г. С.55-65.
4. Алимжанов А.М. НДС и устойчивость стенок вертикальной скважины, имеющей кольматационный экран // Бурение и нефть (журнал РФ), 2008, №12, с.16-19.

УДК 531+539.376

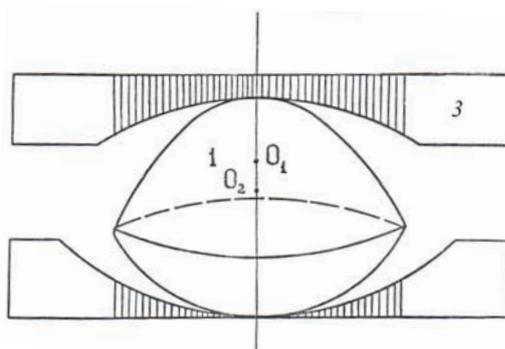
Бисембаев Куатбай – к.ф-м.н., доцент (Алматы, КазНПУ)

КОЛЕБАНИЯ ТЕЛА НА ОПОРАХ КАЧЕНИЯ С ДЕФОРМИРУЕМЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

Во многих технических устройствах используются различного вида опоры качения для создания виброзащиты. Этот вид виброзащиты используется в практике сейсмозащиты зданий, в транспортной технике и др. [1].

Опора качения, используемая для виброзащиты, представляет собой геометрическое тело, ограниченное двумя сферическими поверхностями с радиусами кривизны r_1 и r_2 , таким образом, чтобы центр кривизны верхней контактной поверхности лежал ниже центра кривизны нижней контактной поверхности (рисунок 1). Кинематические свойства такой опоры с достаточной полнотой описаны в литературе [1]. Под действием длительных нагрузок, как опоры, так и поверхности (основания), опирающиеся на опору, деформируются. Вследствие этого, первоначальные радиусы кривизны элементов опоры меняются. Следовательно, меняются со временем и кинематические свойства опоры. В настоящей статье содержатся результаты по оценке эффективности виброзащиты опорами качения в предположении деформируемости оснований.

Рассмотрим опору качения следующей конструкции (рисунок 1). Тело качения 1 ограничено двумя сферическими поверхностями r_1 и r_2 , нижнее 2 и верхнее 3 основания опоры в окрестности точки контакта имеют радиус кривизны r_1 и r_2 соответственно. Указанные кривизны оснований вследствие деформирования могут менять свое значение. Горизонтальное смещение оснований обозначим координатами $x(t)$ и $x_0(t)$ соответственно. На рисунке 1 опора качения изображена в положении, когда основания смещены относительно друг друга на величину $(x - x_0)$.



1 – тело, 2 – нижнее и 3 – верхнее основание

Рисунок 1 - Опора качения

Определим зависимость между горизонтальными перемещениями оснований тел на опорах качения и их вертикальными смещениями. Введем обозначения (рисунок 2):

$$H = r_1 + r_2 - h; \quad \varphi = \frac{x - x_0}{H}; \quad \varphi = \beta_2 - \beta_1 = \frac{S_1}{r_1} - \frac{S'_1}{R_1}, \quad (1)$$

здесь H и φ – высота и угол поворота опоры, $(x - x_0)$ – горизонтальное относительное смещение оснований. Предположим, что движение опоры качения происходит без проскальзывания, при этом имеет место равенство дуг $S_1 = S'_1$.

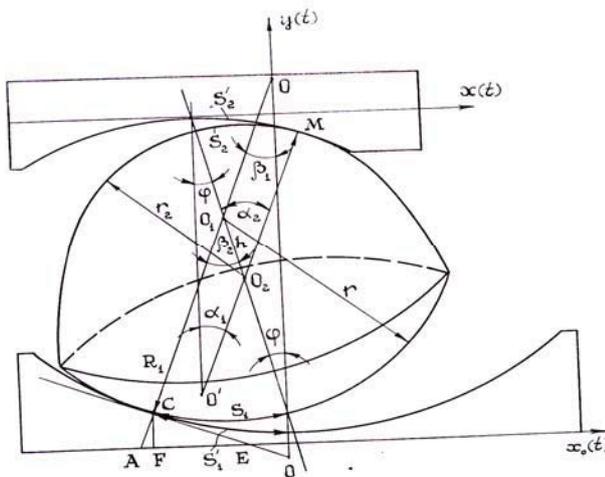


Рисунок 2 - Положение опоры качения при смещенных основаниях

Из последнего условия получим

$$S_1 = \frac{R_1 r_1}{H(R_1 - r_1)} (x - x_0). \quad (2)$$

Аналогичная формула

$$S_2 = \frac{R_2 r_2}{H(R_2 - r_2)} (x - x_0) \quad (3)$$

справедлива для верхней поверхности.

Определим теперь вертикальное перемещение Δy_1 нижней точки касания С. Введем обозначения:

$$AB = a; \quad AC = \delta; \quad CE = b; \quad CF = \Delta y; \quad OA = \delta; \quad OA = R_1 + \delta.$$

Из подобия треугольников ΔABO , ΔACF и ΔFCE получим соотношения:

$$\frac{\delta}{a} = \frac{b}{R_1}, \quad \frac{\Delta y_1}{a} = \frac{b}{R_1 + \delta}; \quad \frac{\Delta y_1}{\delta} = \frac{b}{\sqrt{b^2 + \delta^2}}; \quad a = (R_1 + \delta) \sin \beta_1 = (R_1 + \delta) \frac{S_1}{R_1}. \quad (4)$$

Из соотношений (4) следует, что

$$\Delta y_1 = \frac{S_1^2}{2R_1}. \quad (5)$$

В соответствии с (4) и (2) окончательно получим

$$\Delta y_1 = \frac{R_1 r_1^2}{2H^2 (R_1 - r_1)^2} (x - x_0)^2. \quad (6)$$

Аналогично, подъем верхней точки касания M вследствие относительного смещения оснований выражается так:

$$\Delta y_2 = \frac{R_2 r_2^2}{2H^2 (R_2 - r_2)^2} (x - x_0)^2. \quad (7)$$

В положении равновесия расстояние между верхней и нижней точками опоры определяется величиной H . В смещенном положении изменение превышения верхней точки контакта над нижней определяется величиной

$$\Delta y_3 = r_1 \cos \beta_1 + r_2 \cos \alpha_1 - h \cos \varphi - H. \quad (8)$$

В предположении малости углов β_1 , α_1 и φ для Δy_3 получим выражение

$$\Delta y_3 = h \frac{\varphi^2}{2} - r_1 \frac{\beta_1^2}{2} - r_2 \frac{\alpha_1^2}{2}. \quad (9)$$

С учетом соотношений (1), (2) и (3) перепишем (9) в виде

$$\Delta y_3 = h \frac{(x - x_0)^2}{2H^2} - \frac{r_1^3 (x - x_0)^2}{2H^2 (R_1 - r_1)^2} - \frac{r_2^3 (x - x_0)^2}{2H^2 (R_2 - r_2)^2}. \quad (10)$$

Суммарное вертикальное смещение верхнего тела на опоре качения определяется формулой

$$y = \frac{(x - x_0)^2}{2H^2} \left(h + \frac{r_1^2}{R_1 - r_1} + \frac{r_2^2}{R_2 - r_2} \right). \quad (11)$$

Соотношение (11) можно рассматривать в качестве голономной связи между вертикальным перемещением y и относительным горизонтальным перемещением $(x - x_0)$ тела на опоре качения.

Рассмотрим плоское движение тела на опорах качения, приведенного на рисунке 1. Обозначим горизонтальные и вертикальные перемещения тела m через $x(t)$ и $y(t)$. Смещение нижнего основания обозначим через $x_0(t)$, как показано на рисунке 3. Для

описания движения тела воспользуемся уравнениями Лагранжа в форме Феррера [4], рассматривая уравнение (11) в качестве голономной связи, налагаемой на вертикальные перемещения тела.

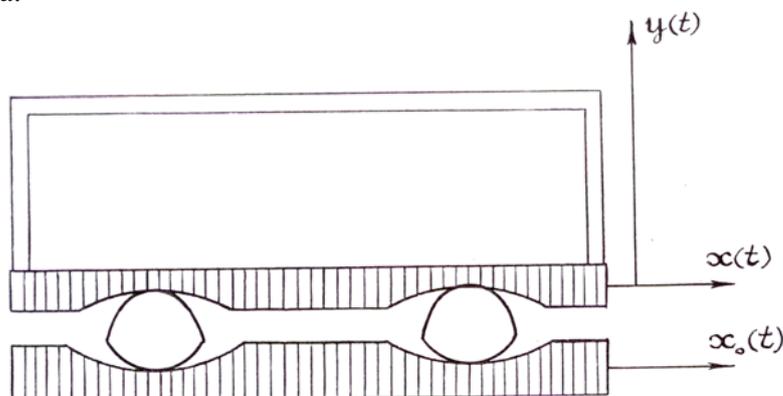


Рисунок3 - Смещение нижней опоры качения

Кинетическая и потенциальная энергия тела запишется так:

$$T = \frac{m}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2), \quad \Pi = mgy. \quad (12)$$

Варьируя выражение (11), получим уравнение, связывающее вариации перемещений

$$H^2 \delta y - q(x - x_0) \delta x = 0, \quad (13)$$

где

$$q = \left(h + \frac{r_1^2}{R_1 - r_1} + \frac{r_2^2}{R_2 - r_2} \right). \quad (14)$$

Уравнение Феррера [2], описывающее поступательное движение тела на опорах качения, в рассматриваемом случае имеет вид:

$$m\ddot{x} - q\lambda(x - x_0) = 0; \quad m\ddot{y} + mg + \lambda H^2 = 0, \quad (15)$$

где λ - неопределённый множитель Лагранжа. Присоединяя к этим уравнениям уравнение связи (11), получим систему трёх уравнений с тремя неизвестными. Исключая λ и y , с помощью уравнения связи (11), получим дифференциальное уравнение движения виброзащищаемого тела:

$$\ddot{x} + \omega^2 x = \omega^2 x_0 + \frac{\omega^2 q}{2gH^2} (x - x_0) \frac{d^2}{dt^2} (x - x_0)^2, \quad (16)$$

где

$$\omega = \sqrt{\frac{qg}{H^2}} = \frac{1}{H} \sqrt{\left(h + \frac{r_1^2}{R_1 - r_1} + \frac{r_2^2}{R_2 - r_2} \right) g}. \quad (17)$$

Таким образом, горизонтальные колебания виброзащищаемого тела на опорах качения описываются в общем случае нелинейным уравнением. В случае малых колебаний это уравнение линеаризуется и приводится к виду

$$\ddot{x} + \omega^2 x = \omega^2 x_0. \quad (18)$$

Уравнение (18) может быть использовано для приближенных оценок виброзащитаемости тела на подвижном основании. В случае, когда верхнее и нижнее основания опоры плоские, т.е. при $R_1 \rightarrow \infty$, $R_2 \rightarrow \infty$ выражение частоты колебания тела (17) преобразуется к виду

$$\omega = \frac{1}{H} \sqrt{hg}. \quad (19)$$

Из этой формулы видно, что при превышении центра кривизны верхней поверхности опоры над центром кривизны нижней поверхности, т.е. при $h \leq 0$ частота колебаний становится мнимой, что свидетельствует о неустойчивости тела на таких опорах. Этот факт описан в работе [4].

Оценим изменения радиусов кривизны элементов опоры вследствие деформирования. Пусть R'_1 и R'_2 радиусы кривизны поверхностей оснований до деформации; r'_1 и r'_2 радиусы кривизны поверхности тела качения. В соответствии с решением контактной задачи Герца кривизна прогиба оснований определяется выражениями [3]

$$\begin{cases} W_1^{(2)} = -\frac{\theta_1}{2(\theta_1 + \theta_2)} \frac{r'_1 - R'_1}{r'_1 \cdot R'_1} \left(2\sqrt[3]{\frac{9\pi^2}{16} P^2 (\theta_1 + \theta_2)^2 \frac{r_1'^2 R_1'^2}{(r'_1 - R'_1)^2} - x^2 - y^2} \right), \\ W_2^{(2)} = -\frac{\theta_1}{2(\theta_1 + \theta_3)} \frac{r'_2 - R'_2}{r'_2 \cdot R'_2} \left(2\sqrt[3]{\frac{9\pi^2}{16} P^2 (\theta_1 + \theta_3)^2 \frac{r_2'^2 R_2'^2}{(r'_2 - R'_2)^2} - x^2 - y^2} \right). \end{cases} \quad (20)$$

Кривизны прогиба основания тела качения определяются выражениями:

$$\begin{cases} W_1^{(1)} = -\frac{\theta_1}{2(\theta_1 + \theta_2)} \frac{r'_1 - R'_1}{r'_1 \cdot R'_1} \left(2\sqrt[3]{\frac{9\pi^2}{16} P^2 (\theta_1 + \theta_2)^2 \frac{r_1'^2 R_1'^2}{(r'_1 - R'_1)^2} - x^2 - y^2} \right), \\ W_2^{(1)} = -\frac{\theta_1}{2(\theta_1 + \theta_3)} \frac{r'_2 - R'_2}{r'_2 \cdot R'_2} \left(2\sqrt[3]{\frac{9\pi^2}{16} P^2 (\theta_1 + \theta_3)^2 \frac{r_2'^2 R_2'^2}{(r'_2 - R'_2)^2} - x^2 - y^2} \right), \end{cases} \quad (21)$$

где $\theta_1 = \frac{1 - \sigma_1^2}{\pi E_1}$, $\theta_2 = \frac{1 - \sigma_2^2}{\pi E_2}$, $\theta_3 = \frac{1 - \sigma_3^2}{\pi E_3}$,

$\sigma_1, E_1, \sigma_2, E_2$, и σ_3, E_3 — коэффициенты Пуассона и модули Юнга, соответственно, первого, второго и третьего тел (рис.1); P — полная нагрузка, приходящаяся на одну опору.

Как известно, в рамках линейной теории упругости, радиусы кривизны после деформации выражаются через прогибы соотношениями:

$$\begin{cases} R_1 = \frac{1}{(W_1^{(2)})_{xx}} = \frac{1}{(W_1^{(2)})_{yy}} = \frac{\theta_1 + \theta_2}{\theta_2} \frac{r'_1 R'_1}{r'_1 - R'_1}, \\ R_2 = \frac{1}{(W_2^{(2)})_{xx}} = \frac{1}{(W_2^{(2)})_{yy}} = \frac{\theta_1 + \theta_3}{\theta_3} \frac{r'_2 R'_2}{r'_2 - R'_2}, \end{cases} \quad (22)$$

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= \frac{1}{(W_1^{(1)})_{xx}} = \frac{1}{(W_1^{(1)})_{yy}} = \frac{\theta_1 + \theta_2}{\theta_1} \frac{r_1' R_1'}{r_1' - R_1'} \\ r_2 &= \frac{1}{(W_2^{(1)})_{xx}} = \frac{1}{(W_2^{(1)})_{yy}} = \frac{\theta_1 + \theta_3}{\theta_1} \frac{r_2' R_2'}{r_2' - R_2'} \end{aligned} \right\} . \quad (23)$$

Подставляя (22) и (23) в выражения для частоты (17), получим значения частоты, вычисленной с учетом деформирования опорных поверхностей, в виде

$$(24)$$

В качестве примера рассмотрим движение тела на виброопорах, для которых $E_2 = E_3 = 0,5E_1$. Радиусы кривизны элементов опоры до деформации определяются значениями: $r_1' = 1\text{ м}$, $r_2' = 0,5\text{ м}$, $R_1' = R_2' = 2\text{ м}$, $h = 0,3\text{ м}$, $H = 1,3\text{ м}$.

При гармоническом колебании нижнего основания

$$x_0 = A \sin(\omega_0 t). \quad (25)$$

Вынужденные колебания тела определяются частным решением неоднородного линейного дифференциального уравнения (18) в виде

$$x = \frac{A\omega^2}{\omega^2 - \omega_0^2} \sin(\omega_0 t). \quad (26)$$

Частоты собственных колебаний тела на жестких и деформируемых виброзащитных опорах в рассматриваемом примере определяются значениями:

$$(\omega)_{жс} = 3,2 \frac{1}{сек} \text{ и } (\omega)_{деф} = 5,4 \frac{1}{сек}. \quad (27)$$

Подставляя эти значения частот в решение (26) убеждаемся, что амплитуды вынужденных колебаний защищаемого тела при $\omega_0 \gg \omega$ существенно возрастают, вследствие деформирования элементов опоры.

Выводы

Динамическая характеристика виброзащитных устройств зависит от упругих свойств и геометрических параметров опоры качения. Устойчивость тела и оснований можно обеспечить путем подбора материала и геометрических параметров опор виброзащитных устройств.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зеленский Г.А., Шевляков Ю.А. Сейсмоизоляция зданий //М., Основания, фундаменты и механика грунтов, 1976, №4, с. 19-24.
2. Кильчевский Н.А. Курс теоретической механики, т.2. М.,Наука, 1977, 544 с.
3. Галин Л.А. Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости. М., Наука, 1980, 302 с.
4. Назин В.В. Некоторые конструктивные мероприятия, уменьшающие сейсмические воздействия на здания /В сб.: Сейсмичность, сейсмическая опасность Крыма и сейсмостойкость строительства. Киев, Наукова думка, 1972, с.147-159.
5. Бисембаев К. Колебания тела на опорах со спрямленными поверхностями //Алматы, Изв. АН КазССР. сер. физ.-мат. 1988, №3, с. 65-69.

6. Колебания твердого тела на опорах качения со спрямленными поверхностями с учетом трения качения на релаксирующих грунтах // Алматы, Вестник, сер. Математика, механика, информатика, КазНУ им. АЛЬ-ФАРАБИ, 2008. №1(56), с.102-110.

УДК 624.01/07

Омаров Жасулан Аманжолович – соискатель (Алматы, КазНИИССА)

СТЕНДОВЫЕ ВИБРОДИНАМИЧЕСКИЕ ИСПЫТАНИЯ НЕНЕСУЩИХ ОГРАЖДАЮЩИХ СТЕНОВЫХ КОНСТРУКЦИЙ И ПЕРЕГОРОДОК ИЗ ГАЗОБЛОКОВ

Экспериментальным исследованиям уязвимости несущих стеновых конструкций при воздействиях, типа сейсмических, всегда уделялось значительно меньше внимания, чем испытаниям несущих конструкций. Отчасти, это связано с недооценкой роли несущих стеновых конструкций в обеспечении антисейсмической безопасности людей и сохранности их имущества, отчасти – с проблематичностью моделирования особенностей взаимодействия несущих и несущих стеновых конструкций при реальных сейсмических воздействиях.

Повреждения и разрушения перегородок, заполнений каркасов, навесных панелей и самонесущих стен, обусловленные отсутствием или недостаточностью мероприятий по обеспечению их сейсмостойкости, является характерными последствиями сильных землетрясений.

В качестве примеров на рисунке 1 показано типичное состояние некоторых несущих и самонесущих элементов зданий при Газлийском (1984) и Спитакском (1988) землетрясениях, проявившихся в некоторых населенных пунктах с силой до 9 – 10 баллов.



а

б

Рисунок 1 – Состояние некоторых несущих и самонесущих элементов зданий при Газлийском (а) и Спитакском (б) землетрясениях

Значительные повреждения несущих стеновых конструкций наблюдается не только при очень сильных землетрясениях. При изучении последствий Луговского землетрясения, произошедшего 23 мая 2003 года в Жабылской области Республики Казахстан, было установлено, что неправильно выполненные кирпичные перегородки, даже при 7 балльных сейсмических воздействиях на каркасные здания, запроектированные для строительства на площадках сейсмичностью 9 баллов, приходят в состояние, требующее их ремонта, восстановления или замены. На рисунке 2 показано