УДК 621.01

Омаров Тамерлан Ильясович – к.т.н., доцент (Алматы, КазНТУ)

КОЛЕБАТЕЛЬНАНАЯ МОДЕЛЬ ДВУХМАССОВОЙ СИСТЕМЫ ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА

При движении скоростных транспортных средств подрессоренные элементы совершают колебательное движение, как результат взаимодействия ходовой части машины с путевыми устройствами. При наезде колеса на единичную неровность пути упругие элементы подвески запасают потенциальную энергию, которая, после схода колеса с неровности преобразуется в кинетическую энергию колебаний подрессоренных масс. В этом случае происходят свободные колебания механической системы, которые быстро затухают при наличии гасителей колебаний (амортизаторов). Многочисленные неровности путевых устройств вызывают вынужденные колебания подрессоренных масс. Вынужденные колебания рельсового подвижного состава происходят по причине переменной жесткости рельсового пути. При расположении колеса посередине пролета между шпалами жесткость рельса принимает наименьшее значение, а при нахождении колеса на уровне опоры (шпалы) жесткость будет максимальной [1]. Жесткости рельсов по колесам представляются в этом случае периодическими функциями.

Рассмотрим движение двухмассовой подрессоренной системы по путевым неровностям (рисунок 1). Обобщая перечисленные выше неровности путевых устройств будем полагать, что дорожный профиль аппроксимируется синусоидой [2]: $z = h\sin pt$, где h – половина высоты синусоидальной неровности.

При тележечном исполнении подвижного состава возникает необходимость исследования колебаний двухмассовой системы. Основными параметрами, во многом определяющие движение экипажей, в составе которых имеются двухмассовые колебательные системы, являются собственные частоты.

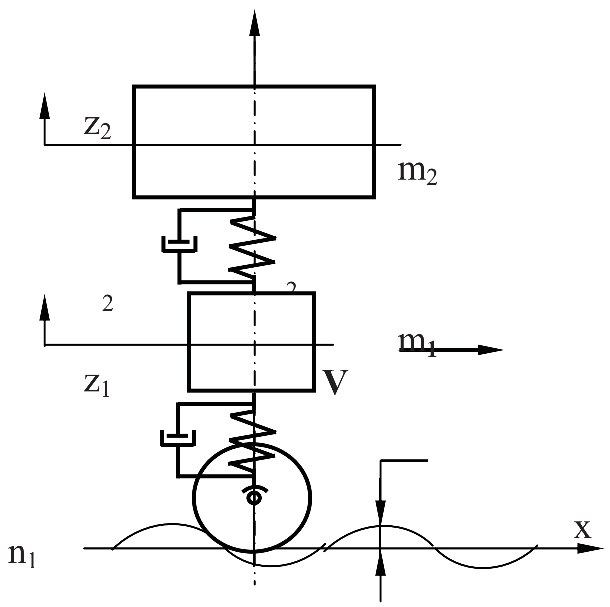

Рисунок 1 – Колебательная модель двухмассовой системы

Колебательная модель двухмассовой системы транспортного экипажа при допущении, что путь является абсолютно жестким, представлена расчетной схемой, изображенной на рисунке 1, где обозначено: m_1 m_2 – подрессоренные массы ходовых частей и кузова; n_1 и n_2 – коэффициенты сопротивления гасителя первой и второй ступеней подвешивания; c_1 и c_2 - жесткости первой и второй ступеней подвешивания;

Предполагается, что величины коэффициентов сопротивления n_1, n_2, характеризующие подвеску транспортного экипажа, практически не оказывают влияния на частоту собственных колебаний системы, поэтому ограничимся рассмотрением консервативной системы с двумя степенями свободы без учета сил сопротивления.

Для математического описания движения рассматриваемой системы с двумя степенями свободы удобно использовать уравнения Лагранжа второго рода, которые в этом случае могут быть записаны в следующем виде

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1}+\frac{\partial \Pi}{\partial q_1}=Q_1, \qquad \frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_2}+\frac{\partial \Pi}{\partial q_2}=0, \tag{1}$$

где T и П – соответственно кинетическая и потенциальная энергия системы.

Обобщенные координаты системы $q_1 = z_1$, $q_2 = z_2$, определяющие текущие положения масс m_1 и m_2 соответственно. В процессе колебаний возмущающая сила и усилия, деформирующие пружины (восстанавливающие силы), будут соответственно равны

$$Q_1 = c_1 \cdot h \sin pt; \qquad F_1 = \frac{d\Pi}{dz_1} = c_1 z_1; \qquad F_2 = \frac{d\Pi}{dz_2} = c_2(z_2 - z_1)$$

Уравнения (1) примут вид

$$m_1\frac{d^2 z_1}{dt^2}+c_1 z_1 - c_2(z_2 - z_1) = c_1 \cdot h \sin pt$$

2)

$$m_2\frac{d^2 z_2}{dt^2}+c_2(z_2 - z_1) = 0.$$

Общее решение уравнений системы (2) может быть найдено в виде:

$$z_1 = a_1 \sin(kt+\alpha), \qquad z_2 = a_2 \sin(kt+\alpha).$$

Одной из главных задач при исследовании динамики подвижного состава является определение собственных частот колебаний подрессоренных масс. Для этого нет необходимости искать решение дифференциальных уравнений в окончательном виде. Перепишем уравнения системы (2) без правой части в виде

$$\frac{d^2 z_1}{dt^2} = -\frac{(c_1+c_2)z_1}{m_1} - \frac{c_2}{m_1}z_2, \quad \frac{d^2 z_2}{dt^2} = \frac{c_2}{m_2}z_1 - \frac{c_2}{m_2}z_2.$$

Составим при помощи уравнений $z_1 = a_1 \sin(kt+\alpha)$, $z_2 = a_2 \sin(kt+\alpha)$ определитель

$$\begin{vmatrix} -\frac{c_1+c_2}{m_1} - k^2 & \frac{c_2}{m_1} \\ \frac{c_2}{m_2} & -\frac{c_2}{m_2} - k^2 \end{vmatrix} = 0$$

и в соответствии с ним характеристическое уравнение системы дифференциальных уравнений (2):

$$k^4 + \left(\frac{c_1 + c_2}{m_1} + \frac{c_2}{m_2}\right)k^2 + \frac{c_1 c_2}{m_1 m_2} = 0. \tag{3}$$

После решения биквадратного уравнения (3) относительно k^2 могут быть найдены два вещественных и положительных решения, из которых вычисляются две собственные частоты системы

$$k_{1,2} = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{c_1 + c_2}{m_1} + \frac{c_2}{m_2}\right) \mp \sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{c_1 + c_2}{m_1} + \frac{c_2}{m_2}\right)^2 - \frac{c_1 c_2}{m_1 m_2}}}. \tag{4}$$

Определение собственных частот колебаний масс m_1 и m_2 из выражений (4) представляет большую трудность. Поэтому, целесообразно оценить возможные пути их упрощенного решения. При исследовании малых колебаний консервативной системы с двумя степенями свободы около устойчивого положения равновесия академик Л.И.Мандельштам предлагает ввести понятия парциальных систем и парциальные частот [3]. Будем называть парциальными системы с одной степенью свободы, которые получаются из данной системы с двумя степенями свободы при «закреплении» одной из обобщенных координат. Понятия «парциальные системы» и «парциальные частоты» применяются при исследовании колебательных процессов различных, в том числе и нелинейных механических систем, например, в клетях прокатных станов [4].

К полученной парциальной системе применим понятие парциальной частоты, означающее частоту собственных колебаний рассматриваемой массы, когда другая масса, связанная с ней упругим элементом, принята условно неподвижной [2].

Введем обозначения:

$k_{p1} = \sqrt{\dfrac{c_1 + c_2}{m_1}}$ - парциальная частота колебаний массы m_1;

$k_{p2} = \sqrt{\dfrac{c_2}{m_2}}$ - парциальная частота колебаний массы m_2.

После подстановки введенных обозначений в выражения (4) и преобразований можно определить соотношения действительных частот k_1 и k_2 к парциальным k_{p1} и k_{p2}:

$$\frac{k_1}{k_{p1}} = \sqrt{\frac{1}{2}\left(1 + \frac{k_{p2}^2}{k_{p1}^2} - \sqrt{\left(1 + \frac{k_{p2}^2}{k_{p1}^2}\right)^2 - 4\frac{m_1}{m_2}\cdot\frac{c_1\, c_2}{(c_1 + c_2)^2}}\right)};$$

$$\frac{k_2}{k_{p2}} = \sqrt{\frac{1}{2}\left(1 + \frac{k_{p1}^2}{k_{p2}^2} - \sqrt{\left(1 - \frac{k_{p1}^2}{k_{p2}^2}\right)^2 - 4\frac{m_2}{m_1}\cdot\frac{c_1}{c_2}}\right)}.$$

Полученные уравнения показывают, что отношения действительной и парциальной частот в равной мере зависят от соотношений масс $\dfrac{m_2}{m_1}$, $\dfrac{m_1}{m_2}$ и жесткостей упругих элементов подвески $\dfrac{c_1}{c_2}$, $\dfrac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}$.

Влияние массы m_1 на частоту k_2 колебаний массы m_2 оценивают при помощи специального графика [2], по которому может быть определена величина погрешности при допущении, что собственная частота массы равна ее парциальной частоте.

Во многих случаях, при малых колебаниях парциальные частоты очень близки по величине собственным частотам [3], что значительно облегчает динамическое исследование подобных систем.

Выводы:

Приведенные расчеты позволяют определить собственные частоты колебаний подрессоренных масс подвижного состава, что является одной из главных задач при исследовании динамики транспортных средств. При известных собственных частотах колебаний представляется возможным на этапе проектирования подобрать параметры системы упругого подвешивания (массы, коэффициентов жесткости и диссипативных сопротивлений) исключающие возможность возникновения неустойчивых режимов движения при эксплуатации скоростных транспортных средств.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пановко Я.Г. Введение в теорию механических колебаний. М., Наука, 1971, 240 с.
2. Ефремов И.С., Гущо-Малков Б.П. Теория и расчет механического оборудования подвижного состава городского электрического транспорта. М., Стройиздат, 1970, 480 с.
3. Мандельштам Л.И. Лекции по теории колебаний. М., Наука, 1989, 472 с.
4. Кожевников С.Н. Динамика нестационарных процессов в машинах, Киев, Наук. думка, 1996, 288 с.

УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССАМИ ПЕРЕВОЗОК

УДК 656.212.6.073

Даусеитов Ерген Балгаевич – д.т.н., доцент (Алматы, КазАТК)
Карташова Антонина Васильевна – к.т.н., ассистент (Шымкент, ЮКГУ)
Жумадилова Гулмира А. – магистрант (Алматы, КазАТК)
Карипбаева Айгерим Канатбековна – студентка группы ОПКДТ-06-12 (Алматы, КазАТК)

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИИ КРЕПЛЕНИЙ ГРУЗА ПРИ ДЕЙСТВИИ ПРОДОЛЬНЫХ И ВЕРТИКАЛЬНЫХ СИЛ

Для обеспечения безопасности движения грузовых поездов и сохранности перевозимых на открытом подвижном составе (ОПС) различного рода грузов с плоским основанием, практически важным является разработка научно-обоснованной технологии их рационального размещения и крепления.

Известны следующие технологии креплений грузов с плоскими основаниями на ОПС [1]:

– крепление грузов в вагоне гибкими упругими креплениями (растяжки, обвязки);

– крепление грузов в вагоне упорными и распорными деревянными брусками;

– крепление грузов в вагоне стойками, щитами, турникетами и другими приспособлениями;

– крепление грузов в вагоне стандартными креплениями многоразового использования.