

Производится сравнение $EГ$ с EP , изменяя EH до сходимости $EГ = EP$. На этой стадии расчета также используется метод итераций. На последнем этапе расчета определяется горизонтальная сила P по формуле:

$$P = \frac{N \cdot EH}{l} \quad (9)$$

Таким образом, при известной величине продольной сжимающей силы N определяется горизонтальная сила P , при которой в нормальном сечении стойки наступает предельное состояние.

Выводы

На основе разработанного алгоритма создана компьютерная программа расчета железобетонных элементов на языке “Фортран”, позволяющая оценивать прочность нормального сечения при совместном действии вертикальных и горизонтальных сил.

ЛИТЕРАТУРА

1. СНиП 2.03.01-84*, Бетонные и железобетонные конструкции – М., ЦИТП Госстроя СССР, 1989г.
2. СНиП 2.05.03-84*, Мосты и трубы – М., ГУП ЦПП Госстроя России, 1996г.

ПОДВИЖНОЙ СОСТАВ

УДК 625.242.001

**Солоненко Владимир Гельевич – д.т.н., профессор (Алматы, КазАТК)
Касымова Акмаржан Касымбековна – ст. преподаватель (Алматы, КазАТК)
Кибитова Рита Куримбаевна – преподаватель (Алматы, КазАТК)**

УРАВНЕНИЯ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ГРУЗОВОГО ВАГОНА В ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ

Воздействие случайных непрерывных неровностей пути задаётся в виде множества реализаций, поэтому одним из приемлемых способов решения задачи исследования вероятностных характеристик динамической системы «вагон-железнодорожный путь» является прямой ввод в ЭВМ каждой реализации. В результате решения уравнений системы получают случайные функции, которые подвергают статистической обработке и в результате находят вероятностные характеристики решений уравнений. Недостаток этого способа – большое количество результатов случайных воздействий, полученных путём записи неровностей пути и большой объём вычислений вероятностных характеристик выходных координат. Объём вычислений зависит от требуемой точности расчёта и от степени достоверности результатов, полученных с помощью ЭВМ. Кроме того, при решении случайных функций могут быть резкие выбросы, которые ЭВМ не учтёт и результат может оказаться недостаточно точным. Поэтому, значительно удобнее совокупность реализаций случайного воздействия неровности пути подвергать статистической обработке и проводить решение при заданных вероятностных характеристиках.

Принципиальные основы получения пространственных колебаний вагона, описываемых системами линейных и нелинейных дифференциальных уравнений, необходимо исходить из того, что системы задаются в общем виде.

Процессы динамики вагона, движущегося по реальным случайным неровностям пути, можно разделить на три группы:

1. Колебания обрессоренных масс вагона в вертикальной (продольной, поперечной) плоскости, основными видами которых являются галопирование, подпрыгивание и боковая качка;
2. Колебания вагона в горизонтальной (поперечной) плоскости, основные виды которых – виляние и боковой относ;
3. Колебания необрессоренных элементов ходовых частей вагона.

Перечисленные динамические процессы обусловлены взаимодействием обрессоренных и необрессоренных масс вагона и случайных неровностей пути и зависят при технически исправном состоянии вагона и пути от их конструктивных параметров и упругих характеристик.

В связи с этим разработка технических средств снижения интенсивности динамических процессов вагона и воздействия его на путь до желаемого уровня прежде всего связана с исследованием и анализом вынужденных колебаний вагона от воздействия случайных неровностей пути. Каждая из характерных групп динамических процессов колебаний вагона представляет собой самостоятельную задачу с большим объёмом исследований. Целесообразно рассматривать вынужденные колебания обрессоренных масс вагона в вертикальной плоскости как стационарную динамическую систему, колебания которой описываются линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами.

Линейная постановка задачи возможна для конкретных случаев, когда в рессорном комплекте применяются гидравлические демпферы, у которых сила сопротивления линейно зависит от скорости перемещения рессорного подвешивания. Если в рессорное подвешивание входят гасители колебаний фрикционного действия, рассмотренные задачи как линейной, допустимо в случае линеаризации нелинейностей. При этом эквивалентный коэффициент сопротивления демпфера определяется: при сухом трении из условия равенства работы, рассеиваемой гидравлическим и фрикционным демпферами; при сопротивлении, пропорциональном перемещению, по выражению (4).

Дифференциальное уравнение колебаний с одной степенью свободы при наличии постоянного сухого трения можно записать:

$$m\ddot{y} + F\text{sign}\dot{y} + \varkappa y = H(t), \quad (1)$$

где m – обрессоренная масса; y – вертикальные перемещения обрессоренной массы; F – сила сухого трения; $\text{sign } \dot{y}$ – знак скорости, при нагрузке скорость $\dot{y} > 0$ и $\text{sign } \dot{y} = +1$; при разгрузке скорость $\dot{y} < 0$ и $\text{sign } \dot{y} = -1$; \varkappa – жёсткость рессорного подвешивания; $H(t)$ – возмущающая функция, заданная в виде случайной функции непрерывного процесса воздействия неровностей.

Уравнение (1) является нелинейным, так как сила трения $F\text{sign } \dot{y}$ изменяется скачкообразно при перемене знака скорости. Для решения уравнения (1) сила трения принимается равной произведению жёсткости рессорного подвешивания \varkappa на некоторое перемещение y' . Тогда

$$\ddot{y} + \frac{\varkappa}{m} y' \text{sign}\dot{y} + \frac{\varkappa}{m} y = \frac{1}{m} H(t).$$

или, вводя обозначения $\varepsilon/m = v^2$ будем иметь

$$y + v^2(y + y' \operatorname{sign} y) = \frac{1}{m} H(t), \quad (2)$$

Нетрудно заметить, что учёт в колеблющейся системе сил сухого трения приводит к разрывности решения, которая не удовлетворяет условиям статистического рассмотрения задачи. Для приближённого исследования вынужденных колебаний возможна замена сухого трения эквивалентным ему вязким сопротивлением k [4]. Эквивалентность при этом устанавливается исходя из условий равенства работ силы сухого трения (за четыре отклонения от положения равновесия) и силы вязкого сопротивления в течение одного периода, тогда $k = 4F/\pi\omega A_0$, где F – постоянная сила трения; A_0 – амплитуда колебаний.

Дифференциальное уравнение колебаний при наличии сопротивления, пропорционального перемещению, можно записать в виде:

$$m\ddot{y} + \varphi y \operatorname{sign}(y\dot{y}) + \varepsilon y = H(t). \quad (3)$$

Если $y > 0$, $\dot{y} > 0$ или $y < 0$, $\dot{y} < 0$, то $\operatorname{sign}(y\dot{y}) = +1$, а если $y > 0$, $\dot{y} < 0$ или $y < 0$, $\dot{y} > 0$, то $\operatorname{sign}(y\dot{y}) = -1$.

Следовательно, учёт в системе сопротивления, пропорционального перемещению, приводит к разрывному решению. Большинство исследователей, стремясь в неразрывном решении учесть силы сухого трения, прибегают к методу, изложенному в работе [2]. В соответствии с ним силы сухого трения в системе приводятся к трению, пропорциональному относительной скорости перемещения (вязкому трению) системы при помощи коэффициента n , который определяется по формуле:

$$n = \frac{\ln \sqrt{\frac{1+\varphi_1}{1-\varphi_1}}}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2 \sqrt{\frac{1+\varphi_1}{1-\varphi_1}}}} v, \quad (4)$$

где $v = \sqrt{\frac{\varepsilon}{m}}$; φ_1 – коэффициент относительного трения.

Коэффициент рассеивания энергии k при вязком трении равен $k = 2nm$. Таким образом, уравнение (3) заменяется линейным дифференциальным уравнением, которое имеет вид

$$m\ddot{y} + k\dot{y} + \varepsilon y = H(t), \quad (5)$$

Рассмотренные примеры показывают, что при исследовании вероятностных характеристик решений систем дифференциальных уравнений, содержащих нелинейности вида сухого трения и трения, пропорционального перемещению, возможно применение теории линейных преобразований, поскольку эти нелинейности могут быть линеаризованы.

Для нелинейных динамических систем, содержащих существенно нелинейные характеристики, которые принципиально не могут быть линеаризованы, теорию линейных преобразований применить нельзя.

Исследования вынужденных колебаний обрессоренных масс в виде линейной задачи при воздействии на вагон случайных неровностей пути могут быть справедливы вследствие того, что в динамических системах с нелинейностями типа сухого трения и

другими под воздействием высокочастотных помех происходит физическая линеаризация нелинейностей и система оказывается линейной [3].

Интенсивность колебательного процесса обрессоренных масс зависит от свойств динамической системы и от случайного воздействия. В частотной области свойства динамической системы достаточно полно оценивается амплитудно-частотной характеристикой. Такую частотную характеристику возможно определить теоретическим путём исследования поведения динамической системы при воздействии случайных неровностей пути.

На рисунке 1 составлена расчётная схема вынужденных колебаний обрессоренных масс четырёхосного вагона.

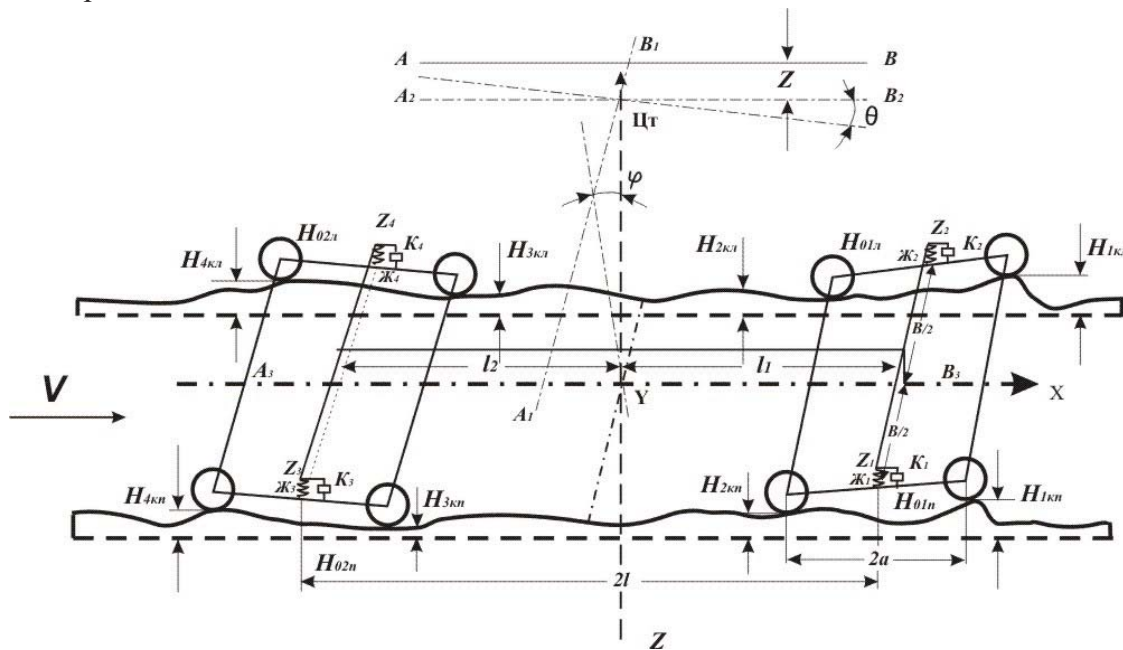


Рисунок 1. Расчётная схема колебаний четырёхосного грузового вагона при движении по случайным неровностям пути

При составлении расчётной схемы приняты следующие допущения: все рессорные комплекты и гасители колебаний имеют линейные характеристики; жёсткости рессорных комплектов тележек постоянно равны между собой; колёса имеют двухстороннюю связь, то есть не отрываются от рельсов при колебаниях, центр тяжести обрессоренной массы вагона совпадает с осями симметрии кузова и кузов рассматривается как твёрдое тело. При выборе расчётной схемы прежде всего учитывалось то обстоятельство, что она должна отражать реальные условия, то есть физический смысл процесса, и в то же время не содержать тех промежуточных звеньев, которые могут значительно осложнить решение задачи, о не оказывают существенного влияния на ожидаемый результат.

В процессе колебаний положение обрессоренных масс вагона определяется тремя обобщёнными координатами: $z; \theta; \varphi$:

z – вертикальное перемещение - подпрыгивание, отсчитываемое от центра тяжести кузова в момент статического равновесия;

θ – угловое перемещение – галопирование, относительно оси $A_1 - B_1$, проходящей через центр тяжести кузова и перпендикулярной его продольной оси;

φ – угловое перемещение – боковая качка, относительно оси $A_3 - B_3$ – расположенной в плоскости нижних опорных поверхностей упругих элементов, параллельно продольной оси обрессоренных масс.

На схеме (рисунок 1) обозначено:

$H_{1кп}, H_{2кп}, H_{3кп}, H_{4кп}$ - перемещение правых по направлению движения колёс под действием случайных неровностей правой рельсовой нити;

$H_{1кл}, H_{2кл}, H_{3кл}, H_{4кл}$ - перемещение левых по направлению движения колёс под действием случайных неровностей левой рельсовой нити;

$H_{01п}, H_{02п}, H_{01л}, H_{02л}$ - перемещение нижних опорных поверхностей упругих элементов соответственно двух правых и двух левых комплектов рессорного подвешивания.

Из рисунка 1 видно, что

$$H_{01п} = \frac{H_{1кп} + H_{2кп}}{2}; \quad H_{02п} = \frac{H_{3кп} + H_{4кп}}{2};$$

$$H_{01л} = \frac{H_{1кл} + H_{2кл}}{2}; \quad H_{02л} = \frac{H_{3кл} + H_{4кл}}{2};$$

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4$ - жёсткости рессорных комплектов;

k_1, k_2, k_3, k_4 - коэффициенты сопротивления гасителей колебаний;

z_1, z_2, z_3, z_4 - перемещения верхних опорных поверхностей упругих элементов рессорного подвешивания.

Вследствие наличия упругой связи кузова с колёсными парами перемещения верхних опорных поверхностей упругих элементов рессорного подвешивания не равны перемещениям нижних опорных поверхностей, т.е. $z_1 \neq H_{01п}, z_2 \neq H_{01л}, z_3 \neq H_{02п}, z_4 \neq H_{02л}$.

Из рисунка 1 следует:

для правой стороны:

$$z_1 = z + \frac{B}{2}\psi + \theta \cdot l_1; \quad z_3 = z + \frac{B}{2}\psi - \theta \cdot l_2;$$

для левой стороны:

$$z_2 = z - \frac{B}{2}\psi + \theta \cdot l_1; \quad z_4 = z - \frac{B}{2}\psi - \theta \cdot l_2.$$

где z – перемещения центра тяжести кузова; $H_{01п} - z_1, H_{01л} - z_2, H_{02п} - z_3, H_{02л} - z_4$ - величины деформации рессорных комплектов передней и задней тележек.

В результате деформации рессорных комплектов на кузов будут передаваться силы:

для правой стороны:

$$P_1 = \varepsilon_1(H_{01п} - z_1) + \varepsilon_1 f_1; \quad P_3 = \varepsilon_2(H_{02п} - z_3) + \varepsilon_3 f_3;$$

для левой стороны:

$$P_2 = \varepsilon_2(H_{01л} - z_2) + \varepsilon_2 f_2; \quad P_4 = \varepsilon_4(H_{02л} - z_4) + \varepsilon_4 f_4,$$

где f_1, f_2, f_3, f_4 - статические прогибы рессорных комплектов.

После преобразований будем иметь:

для правой стороны:

$$P_1 = \frac{\varepsilon_1}{2} H_{1кн} + \frac{\varepsilon_1}{2} H_{2кн} - \varepsilon_1 z - \varepsilon_1 \frac{B}{2} \psi - \theta \cdot l_1 \varepsilon_1 + \varepsilon_1 f_1;$$

$$P_3 = \frac{\varepsilon_3}{2} H_{3кн} + \frac{\varepsilon_3}{2} H_{4кн} - \varepsilon_3 z - \varepsilon_3 \frac{B}{2} \psi + \theta \cdot l_2 \varepsilon_3 + \varepsilon_3 f_3;$$

для левой стороны:

$$P_2 = \frac{\varepsilon_2}{2} H_{1кл} + \frac{\varepsilon_2}{2} H_{2кл} - \varepsilon_2 z - \varepsilon_2 \theta \cdot l_1 + \varepsilon_2 \frac{B}{2} \psi + \varepsilon_2 f_2;$$

$$P_4 = \frac{\varepsilon_4}{2} H_{3кл} + \frac{\varepsilon_4}{2} H_{4кл} - \varepsilon_4 z + \varepsilon_4 \theta \cdot l_2 + \varepsilon_4 \frac{B}{2} \psi + \varepsilon_4 f_4.$$

Поскольку все эти силы параллельны, то равнодействующая равна их алгебраической сумме:

$$\sum_{i=1}^{2n} P_i = -z \sum_{i=1}^{2n} \varepsilon_i + \sum_{i=1}^{2n} \varepsilon_i f_i - \theta \sum_{i=1}^{2n} \varepsilon_i l_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2n} H_{икн} \varepsilon_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2n} H_{икл} \varepsilon_i. \quad (6)$$

В уравнении (6) функции $H_{икн} = H_1(t)$, $H_{икл} = H_2(t)$ представляют собой продольный профиль рельсовых ниток под правыми и левыми колёсами.

В случае, когда профили различны, одну из функций можно представить в виде $\Delta H(t)$, то есть функцией превышения профиля одной рельсовой нити над профилем другой.

Тогда окончательно выражение (6) запишется в виде:

$$\sum_{i=1}^{2n} P_i = -z \sum_{i=1}^{2n} \varepsilon_i + \sum_{i=1}^{2n} \varepsilon_i f_i - \theta \sum_{i=1}^{2n} \varepsilon_i l_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2n} \varepsilon_i H_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2n} \varepsilon_i \Delta H_i = 0. \quad (7)$$

При одинаковых профилях $\Delta H(t) = 0$.

Подставив в это уравнение значения $\sum_{i=1}^{2n} P_i$ и $\sum_{i=1}^{2n} F_i$, после преобразований и введения обозначений коэффициентов получим первое уравнение равновесия:

$$\ddot{z} + a_{11} \dot{z} + a_{10} z + b_{11} \dot{\theta} + b_{10} \theta = \frac{1}{2m_k} \left[\sum_{i=1}^{2n} (\varepsilon_i H_i + k_i \dot{H}_i) + \sum_{i=1}^n (\varepsilon_i \Delta H_i + k_i \Delta \dot{H}_i) \right], \quad (8)$$

или при $\Delta H(t) = 0$ и $\Delta \dot{H}(t) = 0$

$$\ddot{z} + a_{11} \dot{z} + a_{10} z + b_{11} \dot{\theta} + b_{10} \theta = \frac{1}{2m_k} \sum_{i=1}^{2n} (\varepsilon_i H_i + k_i \dot{H}_i), \quad (9)$$

Для вывода уравнения колебаний боковой качки напишем уравнение равновесия моментов относительно продольной оси симметрии

$$I_x \ddot{\psi} - M_y - M_F = 0,$$

где

$$M_y = \frac{B}{2} \sum_{i=1}^n (P_{in} - P_{in}); \quad M_F = \frac{B}{2} \sum_{i=1}^n (F_{in} - F_{in}),$$

или, подставляя значения результирующих моментов, получим дифференциальное уравнение колебаний боковой качки:

$$\ddot{\psi} + C_{31}\dot{\psi} + C_{30}\psi = \frac{B}{4I_x} \sum_{i=1}^n (k_i \Delta \dot{H}_i + \varkappa_i \Delta H_i), \quad (10)$$

где $C_{31} = \frac{B^2}{2I} \sum_{i=1}^n k_i$; $C_{30} = \frac{B^2}{2I_x} \sum_{i=1}^n \varkappa_i$.

При использовании операторной формы записи [4] равенства (3), (5), описывающие три вида колебаний обрессоренных масс, принимают вид:

$$d_{11}(p)z + d_{12}(p)\theta = \frac{1}{2m_\kappa} \left[\sum_{i=1}^{2n} (k_i p + \varkappa_i) f_1(t - \tau_i) + \sum_{i=1}^n (k_i p + \varkappa_i) f_2(t - \tau_i) \right]; \quad (11)$$

$$d_{21}(p)z + d_{22}(p)\theta = \frac{1}{2I_y} \left[\sum_{i=1}^{2n} l_i (k_i p + \varkappa_i) f_1(t - \tau_i) + \sum_{i=1}^n l_i (p k_i + \varkappa_i) f_2(t - \tau_i) \right]; \quad (12)$$

$$d_{33}(p)\psi = \frac{B}{4I_x} \sum_{i=1}^n (k_i p + \varkappa_i) f_2(t - \tau_i), \quad (13)$$

где $p = \frac{d}{dt}$, $p^2 = \frac{d^2}{dt^2}$ - операторы дифференцирования;

$$d_{11}(p) = p^2 + a_{11}p + a_{10};$$

$$d_{12}(p) = b_{11}p + b_{10};$$

$$d_{21}(p) = a_{21}p + a_{20};$$

$$d_{22}(p) = p^2 + b_{21}p + b_{20};$$

$$d_{33}(p) = p^2 + C_{31}p + C_{30}.$$

Выводы

Правые части уравнений являются случайными функциями, продольный же профиль пути представляет собой лишь частные реализации этих функций, число таких реализаций вообще может быть бесконечно большим.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лазарян В.А. Динамика вагонов. М., Транспорт, 1964, 256 с.
2. Омаров А.Д., Уразбеков А.К., Солоненко В.Г. Вынужденные колебания вагонов с длинномерным грузом при воздействии случайных неровностей пути //Материалы I Межд. науч.-практ. конф. «Транспорт Евразии: взгляд в XXI век», Алматы, 2000, т.3, с.16-21.
3. Солоненко В.Г., Омаров А.Д. Динамика воздействия на путь грузовых вагонов при различных износах тележек и норм содержания пути //Алматы, Вестник КазГАСА, 2002, №3(8), с. 97-102.
4. Лурье А.И. Операционные исчисления и его приложения к задачам механики. М., 1951, 432 с.